

# МЕТАФИЗИКА

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

## **В этом номере:**

- Реляционно-статистическая интерпретация квантовой механики
- Геометрия пространства-времени и квантовая механика
- Анализ интерпретаций квантовой механики
- Из наследия прошлого

**2015, № 1 (15)**

# ТЕОРЕМА БЕЛЛА, ВЫЧИСЛИМОСТЬ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ И ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ЛОКАЛЬНОГО РЕАЛИЗМА

А.Д. Панов

*Научно-исследовательский институт ядерной физики*

*имени Д.В. Скобельцына*

*Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова*

С использованием явного контр-примера в статье показано, что, несмотря на формальную корректность теорем о невозможности скрытых переменных в квантовой механике, в основе квантового поведения может лежать динамика некоторого классического субстрата, обладающего свойствами локального реализма. Возможность введения такого классического субстрата в кажущемся противоречии с теоремами связана с упрощенной трактовкой понятия локальности в интерпретации теорем о невозможности скрытых переменных. В этих трактовках не учитывается относительность понятия локальности по отношению к делению физической реальности на слои, связанные друг с другом отношением субстрат-изображение. Показано, что квантовая механика может быть получена как изображение в локально-классическом субстрате и исследуются некоторые следствия этой возможности.

**Ключевые слова:** скрытые переменные, теорема Белла, локальный реализм, вычислимость, компьютер, субстрат, изображение, виртуальная реальность, слой реальности, относительность.

## Введение

Теорема Белла о скрытых параметрах утверждает, что если квантовая динамика системы спинов в эксперименте Эйнштейна–Подольского–Розена (ЭПР) управляется локальными скрытыми параметрами, то для величины корреляции измеренных проекций спинов на различные направления должны выполняться определенные неравенства, которые известны как неравенства Белла [1]. Так как эксперименты показывают, что неравенства Белла в действительности нарушаются, то на основании этого обычно делается вывод, что локальные скрытые параметры, как возможная онтологическая основа квантовой теории, исключаются наблюдениями: локальный реализм в квантовой теории невозможен. Мы покажем, что этот вывод, как минимум, нуждается в уточнении. Сначала будет построен явный контр-пример к теореме Белла, а затем мы внимательно изучим, что сделало возможным его появление и как должна быть уточнена формулировка теорем о невозможности скрытых параметров, чтобы этот пример не выглядел противоречием. Ключевым понятием, которое возникнет в этом анализе, является набор «слоев реальности», связанных друг с другом отношением субстрат-изображение. В заключительной части статьи будет дано некоторое исследование и развитие

этого понятия исходя из первоначального контр-примера к теореме Белла, где оно естественным образом и возникает.

### Теорема Белла в виртуальной реальности

Для построения контр-примера к теореме Белла необходимо провести некоторую предварительную работу, с которой мы и начнем.

Под локальностью классических скрытых переменных, упоминаемой в теореме Белла, понимается следующее. Пусть над системами  $A$  и  $B$  проводятся измерения некоторых величин. Результаты измерений могут зависеть, во-первых, от условий проведения измерений над каждой из систем (например – от направления осей, для которых измеряются проекции спинов в ЭПР-эксперименте со спинами) и от возможных состояний некоторых скрытых переменных, которые характеризуют каждую из систем в отдельности (точнее, каждое измерение в отдельности, так как скрытые переменные могут относиться и к прибору). Обозначим совокупность всех таких локальных переменных, характеризующих измерения над системами  $A$  и  $B$ , соответственно  $a$  и  $b$ . Во-вторых, имеется некоторое общее причинное прошлое обеих систем, которое характеризуется некоторым набором параметров  $\lambda$ . Предположим, что измерения над системами производятся таким образом, что события, отвечающие этим измерениям, разделены пространственно-подобным интервалом, то есть информация о результатах измерения в одной системе не может повлиять на результаты измерения в другой системе за счет передачи сигналов со скоростью, не превышающей скорость света. Тогда переменные  $a$  и  $b$  называются локальными в том случае, когда результат измерения над системой  $A$  не может зависеть от параметров  $b$  системы  $B$ , и наоборот. Иными словами, результаты измерений описываются некоторыми функциями  $A(a, \lambda)$  и  $B(b, \lambda)$  (корреляции будут представляться интегралами от таких функций с некоторыми весами, имеющими смысл функций распределения по скрытым параметрам разного типа [1]), но функции вида  $A(a, b, \lambda)$  и  $B(b, a, \lambda)$  исключены.

Рассмотрим теперь обычный компьютер. Для простоты будем описывать состояние компьютера состоянием его памяти (в такое описание можно включить как оперативную память, так и состояние всех регистров процессора). Память компьютера представлена набором двоичных ячеек – триггеров, каждый из которых может рассматриваться как классическая система с двумя состояниями. Ячейки памяти компьютера представляют собой физические устройства, расположенные определенным образом в пространстве. Совершенно очевидно, что, с принципиальной точки зрения, можно произвести измерение состояния любых двух ячеек таким образом, что события измерений будут разделены пространственно-подобно (или будут даже просто одновременны в лабораторной системе), причем результат каждого измерения будет определяться исключительно состоянием измеряемой ячейки и результаты измерения над разными ячейками не влияют друг на друга. С фи-

зической точки зрения состояния триггеров компьютера являются типичным примером локальных переменных, причем эти переменные имеют чисто классический характер в том смысле, что результат измерения всегда определяется состоянием триггера совершенно однозначно. В данном случае можно говорить о наличии локального классического реализма, который и определяет онтологию системы «классический компьютер».

Математические задачи делятся на алгоритмически разрешимые и алгоритмически неразрешимые. Определенный класс задач называется алгоритмически разрешимым в том случае, когда для любой задачи из этого класса можно указать единый алгоритм, применяя который можно решить любую такую задачу. Хорошо известным примером алгоритмически разрешимой задачи является поиск наибольшего общего делителя двух произвольных целых чисел. Эффективным алгоритмом в этом случае является алгоритм Евклида. Алгоритмически разрешимые задачи можно решать с использованием компьютера без вмешательства человека, чисто механическим способом. К алгоритмически неразрешимым задачам относятся такие классы задач, для которых единого алгоритма для решения любой задачи из этого класса указать невозможно. Широко известным примером алгоритмически неразрешимой задачи является проблема существования решения для диофантовых уравнений общего вида. Эта задача известна как десятая проблема Гильберта, и в начале 1970-х гг. Юрий Матияевич доказал алгоритмическую неразрешимость этой задачи [2].

Квантовая теория в математическом отношении является алгоритмически разрешимой теорией. Точнее говоря, поведение квантовой системы, предписываемое квантовой механикой, может быть предсказано со сколь угодно высокой наперед заданной точностью чисто алгоритмическим путем с использованием обычного, то есть классического, компьютера. Действительно, квантовая теория работает с тремя основными теоретическими объектами – состояниями, эволюцией состояний во времени и измерениями. Состояния квантовых систем задаются векторами гильбертова пространства. Вектор гильбертова пространства – хорошо понятный объект, который в компьютере может быть представлен с любой требуемой точностью даже в том случае, когда пространство состояний бесконечномерно. Вычисление эволюции квантовой системы сводится либо к решению задачи Коши для системы линейных дифференциальных уравнений, либо к умножению заданного вектора состояния на фиксированную унитарную матрицу. Обе эти задачи допускают алгоритмическое решение. Последним существенным ингредиентом квантовой теории является процедура измерения, которая предписывает, с какой вероятностью при измерении будут получаться разные значения наблюдаемых величин. Вычисление вероятностей сводится к вычислению скалярных произведений векторов гильбертова пространства, что опять-таки является алгоритмически разрешимой задачей. Вероятности можно не только вычислить, но с использованием вычисленных значений можно эмулировать процесс измерения. Для этого нужно симулировать вы-

численное распределение вероятностей, для чего можно использовать различные компьютерные датчики случайных чисел. Современные датчики случайных чисел позволяют генерировать неповторяющиеся последовательности чисел с нужными статистическими свойствами практически бесконечной длины, что делает их фактически неотличимыми от настоящих случайных чисел.

Теперь мы готовы к построению контр-примера к теореме Белла. С принципиальной точки зрения поведение любой квантовой системы может быть со сколь угодно высокой точностью промоделировано на обычном классическом компьютере. В частности, может быть промоделировано и поведение спиновых систем, нарушающих неравенства Белла, а также других квантовых систем, поведение которых существенным образом определяется так называемой спутанностью квантовых состояний (несепарабельностью) и возникающими отсюда квантовыми корреляциями, имеющими неклассический характер. В нашей статье [3] описана простая компьютерная модель измерения спинов для ЭПР-пары скоррелированных частиц, которая действительно приводит к нарушению неравенства Белла. С использованием классического компьютера можно в принципе исчерпывающим образом моделировать поведение любого квантового компьютера, и даже существуют стандартные программные пакеты для решения такого рода задач [4–7].

Вычислимость квантовой теории означает, что классический компьютер определенным эмерджентным образом может демонстрировать квантовое поведение, симулируя поведение квантовых систем. Если представить себе на минуту, что вместе с фрагментом квантового мира в компьютере был промоделирован и наблюдатель и при этом моделирование имеет достаточно совершенный характер, то такой наблюдатель не сможет обнаружить, что он является составной частью вычислительной модели и, в частности, не заподозрит, что наблюдаемое им квантовое поведение спиновых систем, нарушающее неравенства Белла, «ненастоящее». Конечно, трудно относиться серьезно к полному компьютерному моделированию наблюдателя (в действительности это невозможно в принципе в нашей Вселенной, см. ниже), но действительно можно построить компьютерные модели несложных приборов вместе с наблюдаемыми ими квантовыми системами, причем такие компьютерные модели приборов будут регистрировать квантовое поведение без всякого ущерба. Однако в основе этого наблюдаемого квантового поведения с полной очевидностью лежит работа обыкновенного компьютера, которая описывается в существенно локальных и классических терминах. Если, в частности, компьютер симулирует измерение спинов скоррелированной ЭПР-пары частиц, то неравенство Белла будет нарушено и ситуация может рассматриваться как контр-пример к теореме Белла: *состояние компьютера играет роль классических локальных скрытых переменных для квантовой динамики спинов, симулируемой этим компьютером*, в то время как теорема Белла для динамики скоррелированных спинов исключает локальный реализм. Что же является причиной возникшего противоречия?

Заметим сразу, что тривиальное разрешение парадокса на основании того, что симулированное квантовое поведение не является «настоящим» квантовым поведением, не проходит. В тщательно симулированной квантовой системе присутствуют все необходимые ингредиенты, которые предусмотрены теоремой Белла. В ней должно быть определено симулированное пространство-время, обладающее лоренцевой причинной структурой, поэтому есть и хорошо определенное понятие локального реализма. Для этого пространства-времени определены все необходимые волновые функции, его населяют некоторые симулированные приборы, проводящие измерения над симулированными квантовыми системами. Если нечто во всех отношениях ведет себя как квантовая система, то оно и должно считаться квантовой системой, по крайней мере с операциональной точки зрения. В теореме Белла ведь ничего не говорится о природе пространства-времени и других объектов, имеющих отношение к делу, объекты не разделяются на «настоящие» и «ненастоящие». Используются только свойства объектов, а с этим в тщательно симулированной компьютерной модели все в порядке. Причину возникновения противоречия (лучше сказать – парадокса) надо искать глубже. Попытаемся разобраться.

Обычный классический компьютер представляется системой локальных классических параметров, с этим спорить невозможно. Но он представляется системой таких параметров с нашей, человеческой точки зрения, внешней по отношению к виртуальной реальности, симулируемой компьютерной программой. Компьютерная программа создает свою собственную реальность, и пространство-время, которое существует в этой реальности, не совпадает с нашим пространством-временем. Возникающее в виртуальной реальности понятие локального реализма не имеет отношения к локальности физических состояний компьютера, моделирующего эту реальность. Имеют место два разных слоя реальности, для каждого из которых отдельно определено свое понятие локального реализма: *мы имеем в наличии два разных локальных реализма*. В рассматриваемом контексте один слой реальности мы склонны называть физическим, а другой – виртуальным. Теорема Белла, примененная к виртуальной квантовой динамике, будет утверждать невозможность локального реализма относительно виртуального же пространства-времени, но она полностью игнорирует тот факт, что реальной *онтологической* основой виртуального квантового поведения в рассмотренном примере является локальная классическая динамика ячеек памяти компьютера.

Чтобы построенный пример не выглядел противоречием с теоремой Белла, формулировка теоремы должна быть уточнена. Именно теорема должна утверждать, что невозможны скрытые параметры, обладающие свойством локальности *относительно* того же слоя реальности, в котором находятся и рассматриваемые квантовые системы. Теорема вовсе не запрещает того, что квантовая реальность сама имеет смысл *изображения* в субстрате, обладающем свойствами и классичности и локальности – именно таким способом связана виртуальная реальность симуляции с классической

реальностью компьютерного субстрата. Подчеркнем, что, несмотря на возникающие здесь довольно странные формулировки, связанные с введением во обиход различных слоев реальности, тут нет никаких домыслов и спекуляций – все это основано не только на вполне реалистичных примерах, но даже на реально работающих компьютерных программах.

Выше курсивом было выделено слово *относительно*. И это очень важно. Понятие локального реализма имеет относительный характер: должно быть явно указано, относительно какого слоя реальности он рассматривается. То, что в одном слое реальности является локальным реализмом, в другом слое реальности может не обладать этим свойством и может оказаться чем-то совсем иным. Как это получается, можно, в частности, проследить на примере упоминавшейся уже простой компьютерной программы, симулирующей измерение над ЭПР-парами из статьи [1].

В упомянутой программе имеется две системы  $A$  и  $B$ , представляющие частицы со спинами  $\frac{1}{2}$ . Готовится начальное синглетное состояние объединенного спинового состояния двух частиц (полный спин равен нулю) и затем симулируются измерения спинов этих частиц на различные направления. Результаты измерений зависят от трех параметров: направлений осей  $a$  и  $b$ , относительно которых измеряется проекция спинов частиц  $A$  и  $B$  соответственно, и значения генератора случайных чисел  $\lambda$ , который используется для симуляции действия проекционного постулата в квантовом измерении. Локальный реализм означал бы, что результат измерения определяется через некоторые функции  $A(a, \lambda)$  и  $B(b, \lambda)$ , характеризующие отдельно измерения над частицами  $A$  и  $B$ . Действительно, похожие функции возникают в программе, но только они имеют вид  $A(a, b, \lambda)$  и  $B(b, a, \lambda)$ , то есть указывают на явное влияние систем друг на друга и нарушение принципа локальности. С точки зрения симулированной виртуальной реальности направление оси  $a$  каким-то «мистическим» образом влияет на процессы в неопределенно отдаленном месте, где располагается частица  $B$ , и наоборот. Между тем на уровне компьютерного аппаратного обеспечения все величины  $a, b, \lambda$  – всего лишь физические состояния ячеек памяти, имеющих вполне определенную локализацию в пространстве и времени и точно соответствующих онтологии локального реализма. Таким способом локальный реализм аппаратного обеспечения преобразуется в нелокальную физику на уровне виртуальной реальности: что является локальным в одной реальности, не является локальным в другой.

То, что физическая локальная структура компьютера с концептуального уровня выполняемой на нем программы в общем случае недостижима и не имеет для программы никакого значения, можно понять из самых общих соображений. Действительно, работа любого вычислительного устройства в принципе эквивалентна работе некоторой машины Тьюринга (тезис Черча–Тьюринга), и логическая структура машины Тьюринга представляет максимально детальный уровень реальности для выполняемой на ней программы. Но даже в самое детальное описание машины Тьюринга не входят никакие

пространственно-временные характеристики локализации этого механизма, поэтому они оказываются за рамками «реальности», доступной программе. Действительно, машины, имеющие различную пространственно-временную организацию и работающие на разных принципах, могут выполнять одну и ту же программу (представлять одну и ту же машину Тьюринга). По отношению к структуре виртуальной реальности, реализуемой программой, физические характеристики компьютера не играют роли.

### **Физическая квантовая теория на классическом субстрате**

Возможность существования различных слоев реальности не является ни философской гипотезой, ни тем более фикцией, так как примеры реализации этой возможности даны. Эти примеры могут показаться банальными, если бы не следствия, которые можно отсюда получить.

До сих пор мы имели всего два слоя реальности: слой виртуальной реальности компьютерной программы и слой «физической реальности» компьютерного аппаратного обеспечения. Однако чисто логически ниоткуда не следует, что этим все и ограничивается. В точной аналогии и подобно тому, как квантовая динамика, симулируемая компьютерной программой, является эмерджентным проявлением классического локального реализма триггерных схем компьютера (а в этом сомневаться не приходится), наблюдаемая нами в экспериментах квантовая динамика «физического уровня реальности» в принципе может быть эмерджентным проявлением некоторой более глубокой классической, и локальной реальности. Представленные примеры вполне доказывают логическую возможность такой ситуации. Иначе говоря, реальная квантовая динамика может иметь смысл изображения, построенного на некотором скрытом от нас субстрате, который может обладать свойствами как классичности, так и локальности. Это положение дел можно образно описать еще так: если соотношение неопределенностей возникает на уровне атома, то это вовсе не означает, что оно является вездесущим на всех более глубоких уровнях физического описания. Экспериментальные наблюдения нарушения неравенств Белла и теоремы квантовой механики о невозможности классических локальных скрытых переменных вовсе не закрывают локальный реализм на более глубоком онтологическом уровне, так как эти теоремы относятся только к реальности нашего «текущего» физического уровня. Так что распространенное убеждение, что в основе квантового поведения не может лежать классический локальный реализм, основано на упрощенном понимании локального реализма как чего-то, имеющего абсолютный характер.

Подумаем о возможной природе этой более глубокой реальности, предполагая, что можно отнестись серьезно к ее существованию.

Прежде всего, нужно признать, что рассмотренные выше примеры, связанные с симуляцией квантовой динамики в компьютерных вычислительных моделях, были лишь «лесами», которые позволили психологически наиболее



простым способом прийти к выводу о возможности реализации квантовой динамики как изображения в классически-локальном субстрате. В действительности имеются и другие способы построения такого изображения. Например, динамика волновой функции во времени может быть просто записана на внешний классический носитель информации, и эта вполне локально-классическая и к тому же статическая запись тоже адекватно представит квантовую динамику, так как симуляция во времени и эта статическая запись находятся попросту во взаимно однозначном соответствии. Можно представить себе, что такой текст порожден просто записью последовательных состояний компьютера, который действительно симулировал квантовую динамику, но делать это совсем не обязательно. Запись может иметь произвольное происхождение и важно только, что эволюция квантовой волновой функции действительно может быть представлена текстом на классическом носителе информации (факт соответствия записи некоторой реальной квантовой эволюции всегда можно проверить). Таким образом, имеется целый класс разных возможностей представления квантовой динамики как изображения в локально-классическом субстрате. Далее можно рассмотреть некоторую смесь обеих рассмотренных возможностей, или, для разнообразия, можно представить себе не символьную запись, а аналоговую, наподобие записи звука на магнитной ленте. Кстати, и компьютерная симуляция не обязана быть цифровой, вполне можно представить себе симуляцию аналоговым, но классическим компьютером. Все это не меняет существа дела.

Хотя мы пришли к выводу о логической возможности локально-классического субстрата для квантовой динамики, рассматривая вычислительную симуляцию и представление записью на классическом носителе информации, но реальный локально-классический субстрат квантовой теории, если такой существует, не обязан быть похож ни на то ни на другое. Примеры демонстрируют только логическую возможность классически-локального субстрата, но ничего сверх этого. Более того, слишком прямолинейная аналогия с нашими примерами имеет неприятные следствия.

Если попытаться представить себе, что наш квантовый мир является реальной симуляцией в некотором классическом автомате или «статической» записью в локально-классическом субстрате, то придется принять предположение о существовании какого-то совершенно необъятного пространственного вместилища для такого рода устройств или носителей информации. Действительно, даже для того, чтобы просто записать с разумной точностью волновую функцию электронной оболочки всего одного многоэлектронного атома, например атома урана, не хватит объема всей видимой Вселенной, даже если по одному биту информации размещать в каждой планковской ячейке пространства. Конфигурационное пространство для 92 электронов оболочки урана имеет размерность  $92 \times 3 \times 2 = 552$  (при нерелятивистском описании с учетом спина электронов), и если потребовать хотя бы по 1000 узлов координатной сетки вдоль каждой координаты для записи волновой функции, то потребуется память объемом в  $1000^{552} = 10^{1656}$  комплексных чисел. В

то же время в видимой части Вселенной содержится всего порядка  $10^{153}$  планковских ячеек пространства (каждая размером  $10^{-33}$  см). Как видно, не хватает еще около полутора тысяч порядков. По этой причине наши реальные классические компьютеры, хотя и, действительно, могут симулировать динамику квантовых систем без всякого ущерба, но очень сильно ограничены в смысле сложности квантовых систем, которые могут быть промоделированы с исчерпывающей точностью. Например, как уже упоминалось выше, квантовые компьютеры могут быть симулированы классическими компьютерами, но только очень небольшие квантовые компьютеры – содержащие не более примерно 30 кубит квантовой памяти. Можно, конечно, представить себе очень высокую размерность такого «пространственного вместилища», но подобные шаги кажутся уже несколько искусственными.

Таким образом, если локально-классический субстрат нашего квантового мира и существует, то вряд ли локальность в нем может быть понята примитивно-пространственным образом. Но тогда неизбежно возникает вопрос, почему то понятие локальности, которое заменяет обычную пространственно-временную локальность, вообще следует считать локальностью, а не чем-то еще. Как отвечать на этот вопрос, неясно, так как мы пока не имеем ни одного конкретного примера реализации такого «локально-классического» субстрата для реального квантового мира. Вероятно, ответ на вопрос может быть связан со степенью естественности соответствующего понятия «локальности», но это уже область чистых спекуляций, не представляющая для нас интереса.

Важно здесь другое. Придя к представлению об онтологически более глубоком уровне реальности, для которого физический квантовый мир есть некоторый сорт изображения в соответствующем субстрате, мы видим, что этот субстрат в принципе может иметь в определенном смысле локально-классический характер (и в этом смысле теорема Белла о скрытых параметрах в своей исходной формулировке неверна), но вовсе не обязан быть именно таким. Интересная возможность состоит в том, что субстрат может обладать чертами классичности, но не локальности. В частности, он может гораздо больше напоминать абстрактную математическую структуру, чем физическую систему, размещенную в некотором подобии пространства. В этом случае упомянутый выше неприятный вопрос о «вместилище» для существования такой чудовищно сложной структуры автоматически снимается, так как соответствующая мода существования имеет в каком-то смысле полностью внепространственный характер, никакого «места» для нее не требуется.

На что может быть похоже такое внепространственное существование, указывает одна интересная аналогия. Рассмотрим какой-нибудь математический объект, который характеризуется значением, которое можно вычислить. Например, это может быть значение некоторого выражения или что-то более сложное, вроде истинностного значения утверждения, имеющего форму теоремы. Доказать теорему и означает вычислить истинностное значение, соответствующее ее утверждению. Для определенности рассмотрим триллион-

ный десятичный знак в разложении корня из двух, обозначив его  $d$ . Эта величина представляет собой цифру от 0 до 9, никому в настоящее время неизвестную и нигде физически не зафиксированную. Как физического объекта этой вещи в природе нет. Тем не менее можно утверждать, что кто бы ни взялся сосчитать  $d$ , и какой бы метод он ни использовал, результат у всех будет один и тот же, так как эта величина существовала до и независимо от того, кто и когда вознамерился ее вычислить. Величина  $d$  существует объективно, хотя это существование никаким очевидным образом нельзя привязать к какому-нибудь определенному месту, оно не имеет никакой локализации. Утверждение об объективном существовании объекта  $d$  отнюдь не является ни эвристической гипотезой, ни философским постулатом, так как оно является фальсифицируемым в смысле Поппера. Действительно, достаточно предъявить два правильных вычисления  $d$  с различными результатами, и объективное существование  $d$  будет фальсифицировано (этот круг вопросов подробно обсуждается в нашей статье [8]). Заметим также, что правильность вычисления не является предметом чьего-то субъективного мнения, так как ответ на этот вопрос является в принципе алгоритмически разрешимой задачей – он может быть получен чисто механическим способом.

Таким образом, объективное существование чего-то не предполагает непременно, что это существование протекает во времени и пространстве «масс-энергетическим способом». Примерно так может существовать и классический, но нелокальный субстрат, в котором наш реальный физический квантовый мир может быть построен как изображение. Таким образом, такой субстрат может больше напоминать абстрактную математическую структуру, чем «вещь» в физическом смысле.

Аналогию с абстрактной математической структурой можно еще более усилить. Покажем, что структура математики обладает определенными чертами «классичности».

Вычисление в математике является аналогом измерения в физике. Значение введенного выше объекта  $d$  нам было сначала неизвестно, но, вычислив его, мы можем его найти. Это действительно очень похоже на измерение: для измерения в физике нужно выполнить некоторую предписанную процедуру, после чего мы получаем значение наблюдаемой; в математике тоже нужно выполнить некоторую предписанную процедуру (алгоритм), что приводит к значению искомой величины. Чисто внешне кажется, что эти процедуры в физике и в математике сильно различаются, но это в значительной степени иллюзия. Вычисление всегда выполняется с использованием некоторого физического устройства, которым может быть компьютер, но может быть, конечно, и наш мозг. То есть вычисление вполне можно рассматривать как определенный сорт физического эксперимента. А если мы захотим разложить очень большое целое число на простые множители с использованием квантового компьютера (по-другому это сделать и невозможно), то наше «вычисление» и, правда, будет иметь вид сложного физического эксперимента: вакуумные камеры, сверхнизкие температуры и т.д. (так вы-

глядят современные прототипы квантовых компьютеров). Между физическими измерениями и математическими вычислениями нет пропасти.

Введенные таким способом математические «измерения» имеют классический характер в том смысле, что они не меняют значение «измеряемой» (вычисляемой) величины. В этом смысле они вполне аналогичны измерениям классической физики, а вся обыкновенная математика тем самым наделяется чертами классичности. Ни из каких априорных соображений не следует, что именно так оно обязательно и должно было быть. Существованию стабильного математического мира можно только порадоваться и удивиться. Вполне можно себе представить абстрактные миры, подобные миру математики, но не обладающие свойством классичности в определенном выше смысле. Это может быть немного похоже, например, на абстрактные миры субъективных переживаний, где попытка проследить за мыслью немедленно приводит к изменению самой мысли.

Таким образом, классический, но нелокальный «физический» субстрат квантовой теории может оказаться в чем-то похожим просто на абстрактную математическую структуру. Если бы мы стали настаивать на том, что это в точности и есть математическая структура, то пришли бы к неожиданному выводу, что весь квантовый мир просто тождествен своему собственному математическому представлению или может рассматриваться как математический образ, имеющий объективное, но «абстрактное» существование, подобно способу существования триллионного знака в разложении корня из двух. *It from Bit* по Джону Арчибальду Уилеру. Однако нет никаких оснований настаивать на том, что это именно так. Пример с компьютером и генерируемой им виртуальной реальностью показывает, что связь между квантовой физикой и возможным субстратом может быть и гораздо более «физической». Реальная картина может оказаться довольно сложной: субстрат может иметь и некоторые черты абстрактной математической структуры, и некоторые черты физического объекта. Все это указывает на то, что искомая «окончательная физическая теория» (если вообще можно о такой говорить) может не оказаться именно *физической* теорией в собственном смысле слова. Это заставляет также с очень большой осторожностью принимать чисто абстрактную природу обыкновенной математики. Уже рассмотренные выше примеры показывают, что и в обычной математике есть очень много физического (см. также [9]). Возможно, на очень глубоком онтологическом уровне связь физики и математики гораздо теснее, чем это выглядит с более высоких этажей онтологии, или даже физика и математика и вовсе произрастают из единого корня, который сам не является ни тем ни другим. Физика и математика могут оказаться просто двумя разными сторонами или двумя различными пределами одной сущности. Не с этим ли связана «непостижимая эффективность математики в естественных науках» [10]?

Хотя до сих пор к понятию слоев реальности нас вела возможность введения скрытой локально-классической или просто классической онтологии для квантовой теории, следует отметить, что более глубокие онтологические

слои реальности с логической точки зрения могут не обладать свойствами ни классичности, ни локальности, но быть либо квантовыми, либо и вовсе иметь структуру, не имеющую отражения в современном научном языке. Классичность и локальность – это только некоторые из разрешенных возможностей. Как это, может быть, легко представить себе на основе следующего примера.

Предположим, универсальные квантовые компьютеры уже построены (их пока нет, но когда-нибудь они появятся). Тогда с использованием квантового компьютера легко можно будет создавать симуляцию любых квантовых систем. Это сделать значительно проще, чем с использованием классических компьютеров. Возникает ситуация, когда одна квантовая система является изображением в квантовом субстрате, отличном от самой системы. Точно так же квантовая динамика нашей физической реальности может быть изображением в субстрате некоторой скрытой, но тоже квантовой реальности.

В современной теоретической физике можно найти многочисленные намеки на появление структур, весьма напоминающих расслоение реальности, о котором шла речь выше. Такие построения наиболее характерны для ряда направлений в квантовой гравитации (хороший критический обзор основных современных направлений квантовой гравитации дан в статье [11]), но не только. В квантовой гравитации в настоящее время разрабатывается несколько направлений; есть ли среди них хотя бы одно «правильное» – неизвестно, тем не менее можно выделить ряд характерных идей. В большинстве случаев пространство-время, как дифференцируемое многообразие, возникает в этих теориях как эффективное эмерджентное проявление некоторой пра-структуры в результате определенной предельной процедуры, которая в разных теориях может иметь разный смысл. Это несколько напоминает связь типа субстрат-изображение, которая рассматривалась выше. Сама эта пра-структура в разных теориях может быть устроена очень разными способами. В ряде теорий – петлевая квантовая гравитация, причинные множества, триангуляции разного типа и некоторые другие – пра-структура имеет чисто комбинаторную математическую природу и помещается, вообще говоря, вне какого-либо «пространственного» многообразия. Это очень похоже на тот рассмотренный выше вариант субстрата, который был похож на абстрактную математику.

Другой характерный пример представляется теорией струн (которая тоже является одним из вариантов квантовой гравитации). В этой теории изначально, на эвристическом уровне, имеется понимание, что на масштабах планковской длины и времени пространство-время не является гладким многообразием, но подвержено квантовым флуктуациям, а гладкое многообразие получается только на больших масштабах путем их усреднения. Тем не менее, построение теории начинается с фиксации гладкого статического пространственно-временного фона, в котором и рассматривается движение одномерных объектов – струн. Важно четко понимать, что этот гладкий статический фон не есть реальное физическое пространство, которое должно

быть динамическим и подверженным квантовым флуктуациям. Так как этот фон обычно считается многомерным [10; 11], то часто можно встретить утверждение, что в теории струн физическое пространство многомерно. С этим утверждением трудно согласиться, так как многомерность относится к статическому фону теории струн, но вовсе не к реальному физическому пространству. Чтобы понять, что есть в теории струн реальное физическое пространство, нужно построить полную динамическую теорию движения и взаимодействия струн в этом статическом фоне, найти так называемые когерентные состояния, и только анализ структуры этих состояний покажет, что есть физическое пространство-время. До этого, судя по всему, еще очень далеко. Статическое же фоновое пространство-время теории струн очень напоминает субстрат некоторой скрытой реальности, причем субстрат, имеющий характер классического многообразия, снабженного локальностью благодаря определенной на нем причинной лоренцевой структуре. Это сильно отличает субстрат теории струн от чисто комбинаторного субстрата петлевой гравитации и некоторых других теорий. Таким образом, среди современных теорий квантовой гравитации можно обнаружить использование объектов, напоминающих обсуждавшиеся выше субстраты скрытых реальностей, причем всех основных типов – от локально-классических до чисто комбинаторных, абстрактно-математических. Надо, правда, отметить, что аналогия здесь, все-таки, не вполне прямая: например, в петлевой квантовой гравитации ведущую роль играют не сами фундаментальные комбинаторные структуры (на самом деле – так называемые помеченные графы), а амплитуды переходов между такими структурами и т.д.

### **Слоеный пирог реальностей**

Рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Пусть наш обыкновенный классический компьютер моделирует некоторую виртуальную реальность. Она может быть и квантовой, и классической, – сейчас это не имеет значения. Генерированная реальность может быть настолько богатой, что в ней может быть создан виртуальный компьютер. Запрограммируем теперь эту виртуальную машину тоже на генерирование виртуальной реальности. Эта новая виртуальная реальность может не иметь никакого отношения к виртуальной реальности более низкого уровня, но снова может быть настолько богатой, что в ней опять можно построить виртуальный компьютер еще более высокого уровня. И так далее. В этом квазиреалистичном примере возникает целый многоуровневый сэндвич из различных реальностей, причем они могут иметь различную природу и характеризоваться различными типами локальности или отсутствием таковой. Этот пример показывает, что многослойная реальность с различными типами локальности в слоях логически возможна, поэтому нельзя исключить, что подобная многослойная структура свойственна и нашему реальному миру. Наблюдаемая физическая реальность является в этой модели верхним слоем физического слоеного пи-

рога реальностей и имеет характер изображения по отношению к предыдущему слою. Все другие слои связаны между собой подобным же образом. Как теперь понятно, мы сами имеем возможность строить над слоем физической реальности – над нашим «текущим» слоем – новые и новые слои реальности с использованием компьютерного моделирования. Подчеркнем, что пока нам неизвестны какие-либо надежные указания на то, что такая многослойная квантово-классическая структура под физической реальностью действительно имеет место, но с чисто логической точки зрения такая возможность определенно существует, это показывает рассмотренный компьютерный пример. Таким образом, в основе онтологии квантовой теории может лежать многослойная структура, содержащая, быть может, также и слои, характеризующиеся классичностью и локальным реализмом. Это еще более меняет представление о возможной природе «окончательной теории».

### **Познаваемость субстрата квантовой теории**

Последний вопрос, который мы здесь затронем, связан с потенциальной познаваемостью классической локальной или какой-нибудь иной реальности, лежащей в основе квантовой теории, если таковая действительно существует. Здесь полезна аналогия. Предположим на минуту, что классический компьютер моделирует квантовый мир, в котором имеются, в том числе, и наблюдатели. Как уже упоминалось, даже самые скрупулезные поиски не смогут завести этих наблюдателей дальше, чем логическая структура машины, лежащая в основе симуляции. Физическая структура машины лежит вне пределов досягаемости для наблюдателей, живущих в модельной реальности. Но, изучив логическую структуру машины, наиболее прозорливые из наблюдателей могут догадаться, что эта структура существует неспроста и что за ней стоит некоторый физический агент, о строении которого могут быть сделаны разумные предположения. На основе этих предположений могут быть сделаны и предсказания, которые могут быть проверены путем исследования логической структуры симулятора. В этом смысле физическая природа компьютера, в котором существует эта квантовая симуляция с наблюдателями, для симулированных наблюдателей, по крайней мере частично, может быть познаваема. Во всяком случае, они могут выдвигать о ней обоснованные гипотезы и проверять их следствия. Точно так же, онтология более глубокой реальности, которая, быть может, лежит в основании физического квантового мира, может быть частично познаваема для нас, даже если она окажется недоступна прямым наблюдениям. Если, однако, этот субстрат сам является только поверхностью многослойной структуры, как это обсуждалось в предыдущем разделе, то в слои, не соседствующие непосредственно с нашей физической реальностью, нашему разуму проникнуть будет очень трудно. Это может положить абсолютный предел человеческому познанию.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гриб А.А. Неравенства Белла и экспериментальная проверка квантовых корреляций на макроскопических расстояниях // УФН. – 1984. – Т. 142. – С. 619–634.
2. Матиясевич Ю.В. Десятая проблема Гильберта. – М.: Наука, 1993.
3. Панов А.Д. Технологическая сингулярность, теорема Пенроуза об искусственном интеллекте и квановая природа сознания. Приложение к журналу «Информационные технологии». – 2014. – № 5. – М.: Изд-во «Новые технологии».
4. Juliá-Díaz B., Burdis J.B., Tabakin F. QDENSITY – A Mathematica quantum computer simulation. arXiv: quant-ph/0508101. 2005.
5. Juliá-Díaz B., Burdis J.B., Tabakin F. QDENSITY – A Mathematica quantum computer simulation. Computer Physics Communications. – 2009. – V. 180. – P. 474.
6. Tabakin F., Juliá-Díaz B. QCMPI: A parallel environment for quantum computing. Computer Physics Communications. – 2009. – V. 180. – P. 948–964.
7. Tabakin F., Juliá-Díaz B. QCWAVE – A Mathematica quantum computer simulation update // Computer Physics Communications. – 2011. – V. 182. – P. 1693–1707.
8. Панов А.Д. Природа математики, космология и структура реальности: объективность мира математических форм // Космология, физика, культура / под ред. В.В. Казютинского. – М.: ИФ РАН, 2011. – С. 191–219.
9. Панов А.Д. Природа математики, космология и структура реальности: физические основания математики // Метавселенная, пространство, время / под ред. В.В. Казютинского. – М.: ИФ РАН. 2011. – С. 74–103
10. Вигнер Е. Непостижимая эффективность математики в естественных науках // УФН. – 1968. – Т. 94. – Вып. 3. – С. 535–546.
11. Smolin L. How far are we from the quantum theory of gravity? arXiv:hep-th/0303185. 2003.

### BELL'S THEOREM, THE CALCULABILITY OF THE QUANTUM THEORY AND THE RELATIVITY OF LOCAL REALISM

A.D. Panov

It is shown with use of an explicit counterexample that, despite a formal correctness of the theorems of impossibility of hidden variables in quantum mechanics, dynamics of some classical substratum possessing properties of the local realism can be a basis of quantum behavior. The possibility of introduction of such classical substrate in the seeming contradiction with theorems is related to the simplified treatment of concept of locality in interpretations of the theorems of impossibility of the hidden variables. In these treatments the relativity of concept of locality in relation to division of physical reality into the layers related to each other by the relation a substrate-image is not considered. It is shown that the quantum mechanics can be obtained as an image in a local and classical substratum and some consequences of this opportunity are investigated.

**Key words:** hidden variables, Bell's theorem, local realism, computability, computer, substrate, image, virtual reality, reality layer, relativity.