

## Лекция 7

Фазовые переходы во вселенной. Бариогенезис. Закалка нейтрино.  
Закалка нейтронов. Нуклеосинтез. Синтез первичного гелия.

# Типы и механизмы фазовых переходов

## Механизм Хиггса

- Фазовые переходы: изменение симметрии и параметра порядка; скачкообразное изменение параметров; возникновение ненулевых средних (механизм Хиггса). Возможно наружено ТД равновесия.
- Равновесное значение поля «Хиггса»  $\varphi$  минимизирует большой ТД потенциал

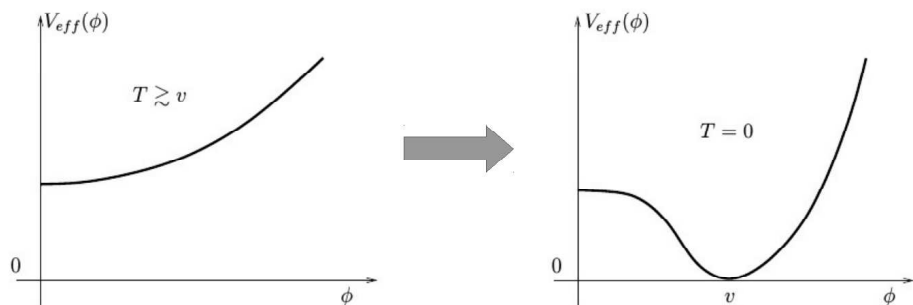
$$\Phi_G = U - TS - \sum \mu N \quad (7.1)$$

На РД-стадии  $\mu \sim 0$ . Остается свободная энергия:

$$F = U - TS = \Omega V_{eff}(T, \varphi) \quad (7.2)$$

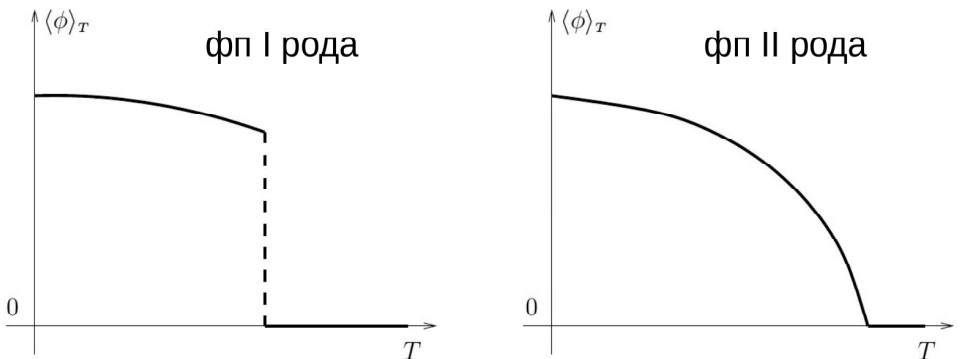
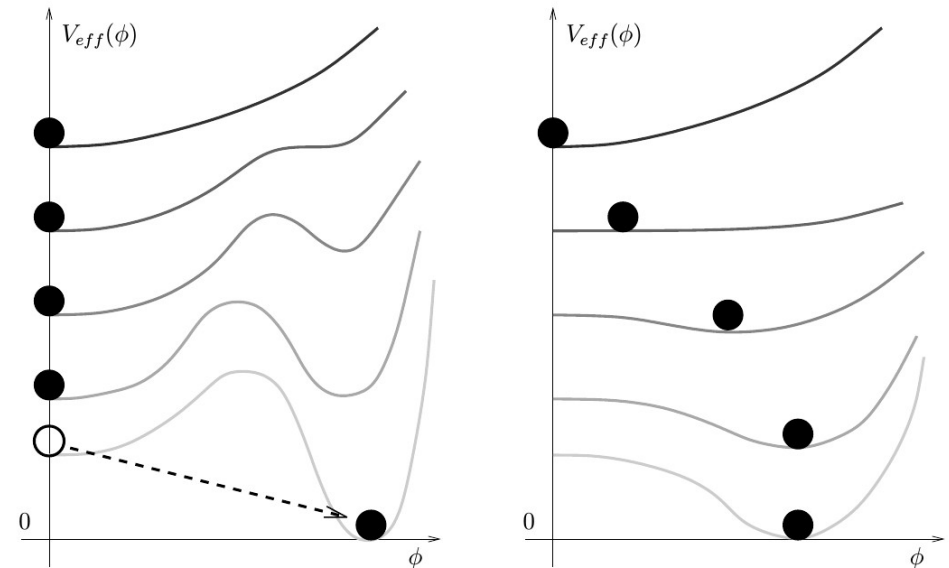
$\Omega$  – объем,  $V_{eff}(T, \varphi)$  – эффективный потенциал поля при температуре  $T$ .

Симметрия, существующая при больших температурах ( $T > v$ ), может быть нарушена при  $T = 0$ :



Вопрос: как именно происходит трансформация  $\langle \varphi \rangle_T = 0 \rightarrow \langle \varphi \rangle_T \neq 0$ ?

# Фазовые переходы I и II рода



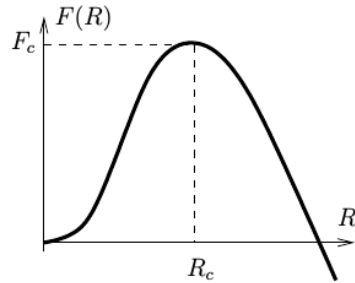
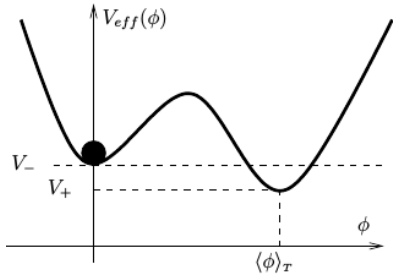
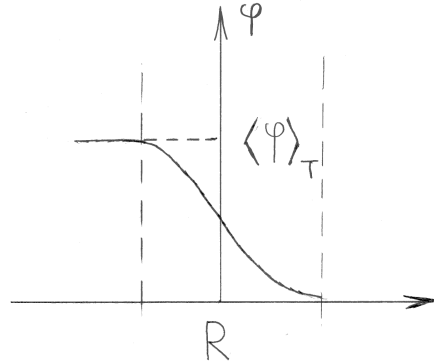
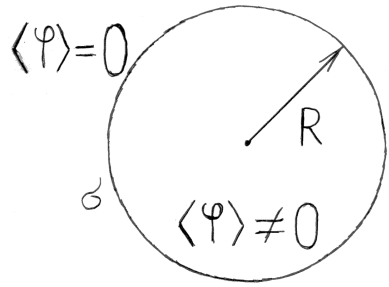
Кроссовер – похоже на I рода, но нет резкого скачка

- Пример первого рода – жидкость  $\rightarrow$  пар
- Примеры II рода – точка Кюри, киральный переход и конфайнмент QCD

Ф.п. II рода происходит плавно во всем пространстве (хотя могут возникать домены с разным нарушением симметрии).

Ф.п. I рода во всем пространстве произойти не может, т.к. должен быть преодолен потенциальный барьер свободной энергии.

*Ф.п. I рода: Вероятность образования растущего пузыря новой фазы*



Баланс объемной и поверхностной энергии:

$$\Delta V = V_- - V_+ > 0 \quad (7.3)$$

$$F(R) = 4\pi R^2 \sigma - \frac{4\pi}{3} R^3 \Delta V \quad (7.4)$$

Если  $R < R_c$  пузырек схлопывается  
 Если  $R > R_c$  пузырек растет  $\Rightarrow R_c$  – критический пузырек

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 0 \rightarrow R_c; \quad R_c = \frac{2\sigma(T)}{\Delta V(T)} \quad (7.5)$$

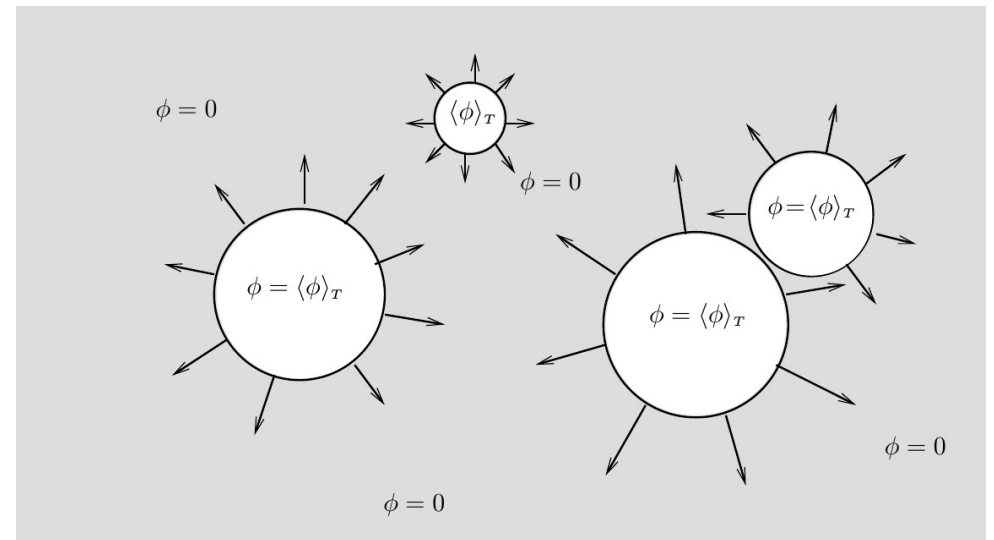
$$F_c(T) = 4\pi \left( \frac{2\sigma}{\Delta V} \right)^2 \sigma - \frac{4\pi}{3} \left( \frac{2\sigma}{\Delta V} \right)^3 \Delta V = \frac{16\pi}{3} \frac{\sigma^3}{\Delta V^2} \quad (7.6)$$

Вероятность флуктуации в единицу времени в единице объема до  $F_c$ : больцмановский множитель + размерность:

$$\Gamma \sim AT^4 e^{-F_c/T} \quad (7.7)$$

$A$  слабо зависит от  $T$ , справедливо при  $F_c \gg T$  (Формула Аррениуса)

Из (7.6), (7.7) видно, что для перехода необходимо существенное переохлаждение (большое  $\Delta V > 0 \Rightarrow$  тогда  $F_c$  мало).



- Условие космологического фазового перехода: вероятность образования 1 сверхкритического пузыря в хаббловском объеме за хаббловское время  $\sim 1$ :

$$AT^4 e^{-F_c/T} \sim H^4(T) = (6.58) = \left(\frac{T^2}{M_{Pl}^*}\right)^4 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{F_c(T)} \ln \left[ A \left(\frac{M_{Pl}^*}{T}\right)^4 \right] \quad (7.8)$$

*Как считать температуру перехода*

- Используя какую-то технику (аналитику, расчеты на решетке) считать  $V_{eff}(T, \varphi)$
- Через  $V_{eff}(T, \varphi)$  считать  $\Delta V(T)$
- Считать  $\sigma(T)$  (вариационная задача: профиль  $\varphi(r)$  вблизи  $r = R$  должен минимизировать свободную энергию)
- Через  $\Delta V(T)$  и  $\sigma(T)$  найти  $F_c(T)$  (формула (7.6))
- Решать относительно  $T$  уравнение (7.8)  $\rightarrow T_c$

*Пример: электрослабый переход (на что это может быть похоже)*

$$T \sim 100 \text{ ГэВ} \quad (7.9)$$

$$H^{-1} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \sim 1 \text{ см} \quad (7.10)$$

$$R_c \sim \frac{1}{T} \sim 10^{-15} \div 10^{-16} \text{ см} \quad (7.11)$$

1 пузырек размером  $10^{-15}$  см в  $1 \text{ см}^3$ .

Пузырьки сливаются и заполняют все пространство.

Для  $m_H = 125 \text{ ГэВ}$  может иметь место не ф.п. I рода, а гладкий кроссовер (?).

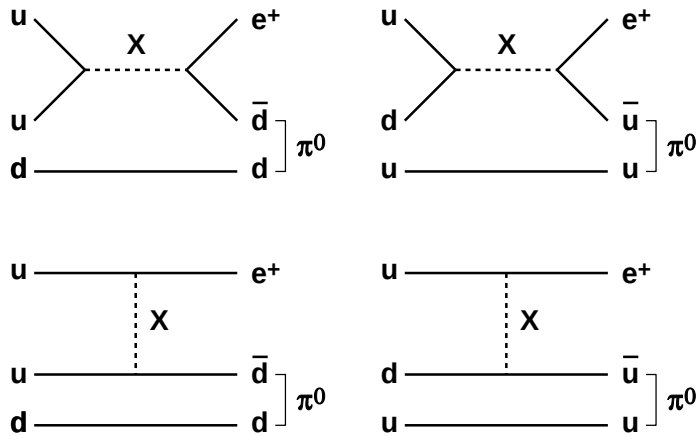
## Фазовые переходы в ранней Вселенной

Очень высокие температуры, РД-стадия (см. (6.58))

$$H(T) = \frac{T^2}{M_{Pl}^*}; \quad M_{Pl}^* = \frac{M_{Pl}}{1.66\sqrt{g_*}}; \quad t = \frac{1}{2H} \quad (7.12)$$

**1. Фазовый переход GUT (X обретают массу)**  
ТВО приводят к нестабильности протона

$$p \rightarrow e^+ + \pi^0 \quad (7.13)$$



Какова масса X?

Ширина распада протона:

$$\tau_p > 10^{32} \text{ лет}; \quad \Gamma_p = \frac{1}{\tau_p} \sim \frac{\alpha_X^2}{M_X^4} m_p^5, \quad \alpha_X = \frac{g_X^2}{4\pi} \quad (7.14)$$

$g_X$  – константа связи, в амплитуде в каждой вершине

$\alpha_X \sim 1$

$1/M_X^2$  – в амплитуде пропагатора X

$m_p^5$  – по размерности

$$M_X \sim (\alpha_X^2 m_p^5 \tau_p)^{1/4} \Rightarrow M_X \sim 10^{16} \text{ ГэВ} \star \quad (7.15)$$

Масса  $M_X$  возникает от спонтанного нарушения симметрии при  $T_{GUT} \sim 10^{16}$  ГэВ.

$g_* \sim 200$  при  $T > T_{GUT} \Rightarrow t_{GUT} \sim 10^{-39}$  сек  $\star$

$$S(GUT) \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_W \times U(1) \quad (7.16)$$

GUT-перехода могло и не быть, т.к. инфляция могла закончиться при более низкой температуре.

**2. Электрослабый фазовый переход**

$$M_W \approx 80 \text{ ГэВ}, \quad M_Z \approx 91 \text{ ГэВ} \Rightarrow T_W \approx 100 \text{ ГэВ} \quad (7.17)$$

$$T > T_W \Rightarrow g_* \sim 100 \Rightarrow t_W = 10^{-11} \div 10^{-10} \text{ сек} \quad (7.18)$$

$$SU(3)_c \times SU(2)_W \times U(1) \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_{em} \quad (7.19)$$

**3. Конфайнмент кварков и образование кваркового конденсата. Адронизация**

$$T_{QCD} \approx 170 \text{ МэВ} \quad (7.20)$$

$$g_* \approx 60 \Rightarrow t_{QCD} \sim 10^{-5} \text{ сек} \quad (7.21)$$

Два события:

1. Конфайнмент кварков, «адронизация»
2. Нарушение (приближенной) киральности кварков – кварки u, d, s обретают массы (кварковый конденсат)

Порядок следования неизвестен.

## Бариогенезис – генерация барионной асимметрии

Два основных варианта:

1. На фазе постинфляционного разогрева.
2. На этапе горячего Большого взрыва.

Рассматриваем только вариант 2.

Предполагается динамическая генерация избытка барионов

$$\Delta_B = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} \approx 0.86 \cdot 10^{-10} \quad (7.22)$$

из первоначально симметричного состояния.

Условия Сахарова:

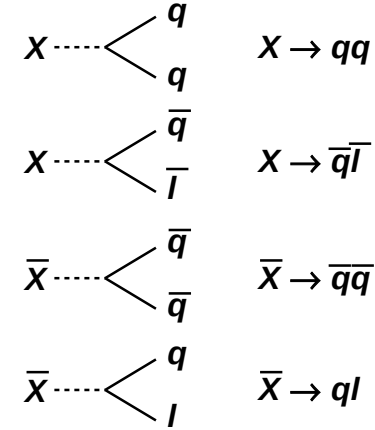
1. Несохранение барионного числа
2. Нарушение ТД-равновесия
3. Нарушение симметрии между материей и антиматерией ( $C$  и (или)  $CP$ )

1. – очевидно.
2. – следует из 1. Если барионное число не сохраняется, то в состоянии равновесия число барионов было бы равно числу антибарионов, так как в состоянии равновесия концентрации вообще всех ультрарелятивистских частиц одинаковы, если ничто не мешает им превращаться друг в друга.
3. – нетривиально.

Существуют больше 3 десятков моделей бариогенезиса. Рассматриваем только одну:

## GUT бариогенезис

Те же частицы  $X$ ,  $M_X \sim 10^{16}$  ГэВ, которые могут приводить к распаду протона, сами могут распадаться на кварки и лептоны:



Заряд  $X = +\frac{2}{3}$ ; заряд  $\bar{X} = -\frac{2}{3}$ .

Из-за нарушения симметрии между материей и антиматерией парциальные вероятности каналов могут не совпадать:

$$P(X \rightarrow qq) = r \quad (7.23)$$

$$P(X \rightarrow \bar{q}l) = 1 - r \quad (7.24)$$

$$P(\bar{X} \rightarrow \bar{q}\bar{q}) = \bar{r} \quad (7.25)$$

$$P(\bar{X} \rightarrow ql) = 1 - \bar{r} \quad (7.26)$$

Если было  $n_X = n_{\bar{X}}$ , то после распада  $X$ -частиц при снижении температуры образуется избыток барионного заряда:

$$n_B = n_X r \cdot \frac{2}{3} + n_X (1 - r) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + n_X \bar{r} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + n_X (1 - \bar{r}) \cdot \frac{1}{3} = n_X (r - \bar{r}) \quad (7.27)$$

$X$  и  $\bar{X}$  распадаться должны чаще, чем рождаться! (химическое неравновесие = ТД неравновесие)

Температура GUT-бариогенезиса  $10^{15} \div 10^{16}$  ГэВ (как и фазовый переход GUT)

Интересная возможность: если СР-нарушение зависит от пространства (например, является результатом спонтанного нарушения симметрии), то могут образоваться домены вещества и антивещества.

### Электрослабый бариогенезис:

$T$  от  $10^{12}$  ГэВ до 100 ГэВ.

Если работает электрослабый бариогенезис, то энтропия заведомо сохраняется только при  $T < 100$  ГэВ.

## Закалка нейтрино

Процессы:  $\nu + e \rightleftharpoons \nu + e$     рассеяние  
 $\nu + \nu \rightleftharpoons \nu + \nu$     рассеяние  
 $\nu + \bar{\nu} \rightleftharpoons e^+ + e^-$     аннигиляция

Температура закалки – МэВы  
 $e^-, e^+$  – ультрарелятивистские  
 $\mu, \tau$  – уже проаннигилировали  
 Барионы – нерелятивистские

Сечение процессов, по размерности:

$$G_F = 1.17 \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2} \quad (7.28)$$

$$\sigma_\nu \sim G_F^2 E^2 [\text{ГэВ}^{-4} \cdot \text{ГэВ}^2 = \text{ГэВ}^{-2}] \quad (7.29)$$

Время свободного пробега

$$\tau_\nu = \frac{1}{\langle \sigma_\nu v n \rangle} = \frac{1}{v \sim 1} = \frac{1}{\sigma_\nu n} = \frac{1}{n} = \frac{3}{4} g_* \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \sim \frac{1}{\sigma_\nu T^3} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \quad (7.30)$$

Хаббловское время (6.58)

$$\frac{1}{H} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2}; \quad g_* = 2 + \frac{7}{8}(2+2) + 3 \cdot 2 \cdot \frac{7}{8} \quad \backslash \gamma, e^\pm, \nu \backslash \quad (7.31)$$

Условие закалки  $\nu$ :

$$\tau_\nu \sim \frac{1}{H} \Rightarrow \frac{1}{G_F^2 T^5} \sim \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \quad (7.32)$$

$$T_{\nu,f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} \approx 1.5 \text{ МэВ} \quad \star \quad (7.33)$$

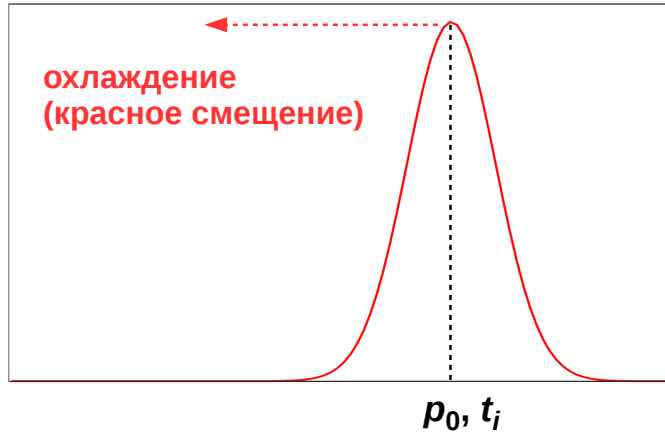
Возраст Вселенной для  $T_{\nu,f}$

$$t_{\nu,f} = \frac{1}{2H} = \frac{1}{2} \frac{M_{Pl}^*}{T_{\nu,f}^2} \approx 0.3 \text{ сек} \quad (7.34)$$

**Функция распределения по импульсам для газа не взаимодействующих частиц**  
(как  $\nu$  после закалки).

Функции распределения *замороженные и не равновесные*.

$$f(p, t) = \frac{a(t)}{a(t_i)} f_i \left( \frac{a(t)}{a(t_i)} p \right) \quad (7.35)$$



Сейчас:

$$T_{\nu}(t_0) = T_{\nu,f} \frac{a(t_{\nu,f})}{a(t_0)} = \frac{T_{\nu,f}}{1 + z_{\nu,f}} \quad (7.36)$$

- Сначала  $T_{\nu}$  и  $T_{\gamma}$  падают одинаково.
- После закалки нейтрино,  $T_{\nu,f} = 1.5 \text{ МэВ}$  остается много  $e^{\pm}$ , которые аннигилируют **позже** и дополнительно подогревают газ фотонов.

На сколько?

Сохранение энтропии:

$$s = g_* \frac{4\pi^2}{90} T^3; \quad sa^3(t) = \text{const} \Rightarrow \quad (7.37)$$

$$g_*(T) a^3 T^3 = \text{const} \quad (7.38)$$

После закалки  $\nu$ , но перед аннигиляцией  $e^+, e^-$  в электрон-фотонную энтропию дают вклад  $\gamma, e^+, e^-$ :

$$g_*^{em}(\text{before}) = 2 + \frac{7}{8}(2 + 2) = \frac{11}{2} \quad (7.39)$$

После аннигиляции  $e^+, e^-$ :

$$g_*^{em}(\text{after}) = 2 \Rightarrow \quad (7.40)$$

$a$  меняется мало за время аннигиляции

$$g_*^{em}(\text{before}) a^3 T_{\nu,\gamma}^3 = g_*^{em}(\text{after}) a^3 T_{\gamma}^3 \Rightarrow \quad (7.41)$$

$$\frac{T_{\gamma}^3}{T_{\nu,\gamma}^3} = \frac{g_*^{em}(\text{before})}{g_*^{em}(\text{after})} = \frac{11/2}{2} = \frac{11}{4} \Rightarrow \quad (7.42)$$



$$\boxed{\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3}} \quad (7.43)$$

Сейчас:

$$T_\nu = \frac{2.73 \text{ K}^\circ}{(11/4)^{1/3}} = 1.95 \text{ K}^\circ \quad (7.44)$$

Релятивистская ф.р.  $\nu$  заморожена  $\Rightarrow$   
Плотность реликтовых нейтрино каждого типа  
(частицы + античастицы)

$$n_\nu = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T_\nu^3 = 112 \text{ см}^{-3} \star \quad (7.45)$$

(даже несмотря на то, что нейтрино массивные и сейчас нерелятивистские!)

**Ограничение сверху на сумму масс нейтрино**

$m_\nu \gg T_\nu$

$$\rho_{\nu_i} \cong m_{\nu_i} n_\nu \quad (7.46)$$

$$\Omega_{\nu_i} = \frac{\rho_{\nu_i}}{\rho_c} = \frac{m_{\nu_i} \times 112 \text{ см}^{-3}}{1.88 \cdot 10^{-29} h^2 \Gamma / \text{см}^3} = \frac{m_{\nu_i}}{1 \text{ эВ}} \times 0.01 h^{-2} \star \quad (7.47)$$

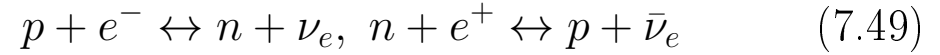
Потребуем  $\sum \Omega_{\nu_i} \ll \Omega_M \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \sum_i m_{\nu_i} 0.01 h^{-2} &\ll \Omega_M \Rightarrow \\ \Rightarrow \sum_i m_{\nu_i} &\ll 100 h^2 \Omega_M \text{ эВ} \approx 14 \text{ эВ} \Rightarrow \sum_i m_{\nu_i} \lesssim 1 \text{ эВ} \end{aligned} \quad (7.48)$$

(современное значение по всем наблюдениям:  
 $\sum m_{\nu_i} \simeq 0.12 \text{ эВ}$ )

## Закалка нейтронов

При высоких температурах и плотностях  $n$  и  $p$  находятся в равновесии за счет слабых процессов



Характерные масштабы энергии:

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_n - m_p = 1.3 \text{ МэВ} \\ m_e &= 0.51 \text{ МэВ} \end{aligned} \quad (7.50)$$

Будем считать  $T \gg \Delta m, m_e$

$$\sigma_{pn} \sim G_F^2 E^2; \quad \tau_{pn} = \frac{1}{\sigma_{pn} v n} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \quad (7.51)$$

$\tau_{pn}$  определяется электронами и нейтрино, которые УР.

Закалка нейтронов:

$$\tau_{np} \sim \frac{1}{H} = \frac{T^2}{M_{Pl}^*} \quad (7.52)$$

Релятивистские  $\gamma, e^\pm, \nu$ :

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} \cdot 4 + \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot 3 \quad (7.53)$$

– точно как для закалки  $\nu$ , и снова

$$T_{n,f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} = 1.5 \text{ МэВ} \quad (7.54)$$

Не очень согласуется с  $T_{n,f} \gg \Delta m!$

Более точное значение (из кинетических уравнений):

$$T_{n,f} \approx 0.75 \text{ МэВ}, \quad t_{n,f} \approx 1.2 \text{ сек} \quad (7.55)$$

## Остаточная концентрация нейтронов

В равновесии

$$\mu_p + \mu_e = \mu_n + \mu_\nu \Rightarrow \mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \quad (7.56)$$

$p, n$  – нерелятивистские  $\Rightarrow \mu_p \sim m_p, \mu_n \sim m_n$   
 $e, \nu$  – ультрарелятивистские  $\Rightarrow \mu_e, \mu_\nu$  – малы\*

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \approx \mu_p \quad (7.57)$$

$$n_p = 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (7.58)$$

$$n_n = 2 \left( \frac{m_n T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (7.59)$$

Отсюда, в момент замораживания ( $T = T_{n,f}$ )

$$\frac{n_n}{n_p} \cong e^{-(m_n - m_p)/T_{n,f}} = e^{-\Delta m/T_{n,f}} \quad (7.60)$$

Для  $T_{n,f} = 0.75$  МэВ

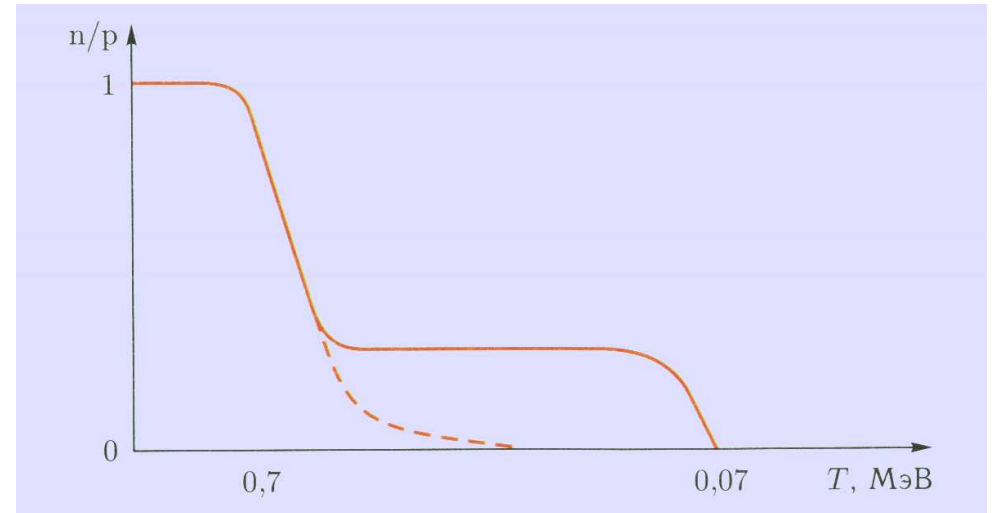
$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-1.3/0.75} \approx 0.18 \quad (7.61)$$

Отношение через  $T_{n,f}$  зависит от  $g_*$ , которое зависит от предположения  $N_\nu = 3$ . Так как  $n_n/n_p$  радикально влияет на первичный нуклеосинтез (количество  ${}^4\text{He}$ ) то гипотезы могут быть проверены.

---

\*Более аккуратное обоснование  $\mu_n \approx \mu_p$  (7.57) см. Горбунов, Рубаков, Т.1, 8.1. ( $\mu_e \sim \mu_\nu \sim 10^{-3}$  эВ).

Сначала концентрация нейтронов равновесным образом падает относительно концентрации протонов из-за разницы в массах, потом нейтроны выходят из равновесия (замораживаются).



## Нуклеосинтез

Кажется, что ядро  $A, Z$  начнет эффективно синтезироваться после того, как температура станет ниже энергии связи этого ядра. Это ошибка.

- Рассматриваем задачу синтеза общего ядра  $A, Z$ , предполагая, что синтез возможен через некоторую цепочку реакций.
- Рассматриваем только термодинамику реакции предполагая равновесие.

В равновесии:

$$n_n = 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (7.62)$$

$$n_p = 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (7.63)$$

(в предэкспоненциальном множителе не различаем  $m_n$  и  $m_p$ )

$$\mu_A = \mu_p Z + \mu_n (A - Z) \quad (7.64)$$

(это следствие равновесия)

$$\begin{aligned} n_A &= g_A \left( \frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_A - m_A)/T} = \\ &= \setminus \Delta_A = Z m_p + (A - Z) m_n - m_A \setminus = \\ &= g_A \left( \frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{[Z(\mu_p - m_p) + (A - Z)(\mu_n - m_n) + \Delta_A]/T} \end{aligned} \quad (7.65)$$

$$e^{(\mu_p - m_p)/T} = n_p / 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \Rightarrow \quad (7.66)$$

$$e^{Z(\mu_p - m_p)/T} = \left[ n_p / 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right]^Z \quad (7.67)$$

$$e^{(A - Z)(\mu_n - m_n)/T} = \left[ n_n / 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right]^{(A - Z)} \quad (7.68)$$

$$\begin{aligned} n_A &= g_A \left( \frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \left[ \frac{n_p}{2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^Z \left[ \frac{n_n}{2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^{A - Z} e^{\Delta_A/T} = \\ &= g_A n_p^Z n_n^{A - Z} 2^{-A} A^{3/2} \left( \frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A - 1)} e^{\Delta_A/T} \end{aligned} \quad (7.69)$$

(«Формула Саха»)

Концентрация нуклонов, связанных в ядре  $(A, Z)$ :

$$\begin{aligned} X_A &\equiv \frac{A \times n_A}{n_B} = \\ &= g_A X_p^Z X_n^{A - Z} n_B^{A - 1} 2^{-A} A^{5/2} \left( \frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A - 1)} e^{\Delta_A/T} \end{aligned} \quad (7.70)$$

При той же самой температуре

$$n_B = \eta_B n_\gamma = \eta_B \times 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 = 0.24 \eta_B T^3 \quad (7.71)$$

Подставляем  $n_B$  в (7.70):

$$X_A = g_A X_p^Z X_n^{A-Z} 2^{-A} A^{5/2} \left[ \eta_B^{A-1} \left( \frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \right] e^{\Delta_A/T} \quad (7.72)$$

Очень малый множитель:

$$2^{-A} \eta_B^{A-1} \left( \frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \Rightarrow \quad (7.73)$$

Чтобы  $X_A$  было не очень мало нужна температура  $T \ll \Delta_A$

---

Начало ядерного синтеза: реакция  $p + n \rightarrow D + \gamma$

• Когда реакция  $p + n \rightarrow D + \gamma$  становится термодинамически выгодной? Вот когда:

$$X_D = X_p X_n \sqrt{2} \eta_B \left( \frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{3/2} e^{\Delta_D/T_{NS}} \sim 1 \quad (7.74)$$

$\Delta_D = 2.23$  МэВ,  $X_p X_n = 0.15$  (после заковки  $n$ )  $\Rightarrow$   
Численно (начало нуклеосинтеза):

$$T_{NS} \approx 65 \text{ КэВ}; t_{NS} \approx 4.5 \text{ мин} \quad (7.75)$$

## Синтез гелия

Термодинамически выгодным является продолжение синтеза D до  ${}^4\text{He}$ .

$p + n$	$\rightarrow D + \gamma$	
D + p	$\rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	
D + D	$\rightarrow {}^3\text{He} + n$	
D + D	$\rightarrow T + p$	
${}^3\text{He} + n$	$\rightarrow T + p$	
T + D	$\rightarrow {}^4\text{He} + n$	
${}^3\text{He} + D$	$\rightarrow {}^4\text{He} + p$	

(7.76)

Концентрация адронов, связанных в ядре  $(A, Z)$  (формула (7.72)):

$$X_A = g_A X_p^Z X_n^{A-Z} 2^{-A} A^{5/2} \eta_B^{A-1} \left( \frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} e^{\Delta_A/T} \quad (7.77)$$

Оценим равновесные концентрации всех прочих ядер, считая, что концентрация  ${}^4\text{He} \sim 1$

Из (7.72):

$$X_{4\text{He}} \sim X_p^2 X_n^2 \eta_B^3 \left( \frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{9/2} e^{\Delta_{4\text{He}}/T_{NS}} \quad (7.78)$$

Считаем  $X_p^2 \sim 1$ , выражаем  $X_n$ :

$$X_n \sim X_{4\text{He}}^{1/2} \eta_B^{-3/2} \left( \frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{-9/4} e^{-\Delta_{4\text{He}}/2T_{NS}} \quad (7.79)$$

Подставляем  $X_n$  в (7.77) для произвольного ядра  $(A, Z)$ , считая  $X_{4He} \sim 1$ :

$$X_A \sim \left[ \eta_B \left( \frac{2.5 T_{NS}}{m_p} \right)^{3/2} \right]^{\frac{3}{2}Z - \frac{1}{2}A - 1} \times \exp \left( \frac{\Delta_A - \Delta_{4He}(A - Z)/2}{T_{NS}} \right) \approx \approx 10^{7.4(A+2-3Z)} \exp \left\{ \frac{(A - Z)[\Delta_A/(A - Z) - \Delta_{4He}/2]}{T} \right\} \quad (7.80)$$

Только для  ${}^4\text{He}$  экспонента  $\sim 1$ .  
Для всех других *лёгких* ядер

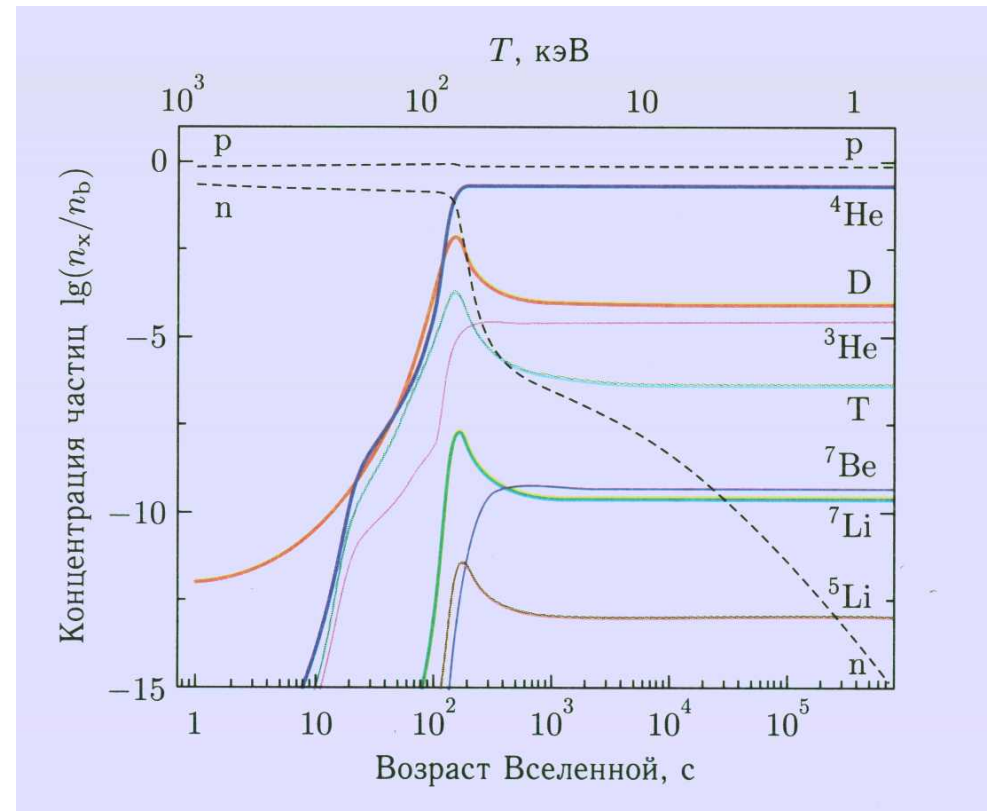
$$\Delta_A/(A - Z) - \Delta_{4He}/2 < 0 \quad (7.81)$$

и экспонента очень мала.  
При  $T_{NS} = 65 \text{ кэВ}$  из (7.80):

$$X_D \sim 10^{-79}, \quad X_{3He} \sim 10^{-118}, \dots \quad (7.82)$$

Это равновесные концентрации, но в действительности для большинства реакций равновесия нет. Но качественный вывод верен –  ${}^4\text{He}$  сильно преобладает из-за высокой энергии связи на нуклон.

Синтез тяжелых ядер невозможен, потому что им не из чего синтезироваться (хотя, казалось бы, термодинамически выгоден)



### Остаточная концентрация ${}^4\text{He}$

Все нейтроны, не распавшиеся к  $t_{NS} = 4.5$  мин, входят в  ${}^4\text{He}$ .

$$n_{4He}(t_{NS}) = \frac{1}{2} n_n(t_{NS}) \quad (7.83)$$

$$\frac{n_n(t_{NS})}{n_p(t_{NS})} \cong 0.18 \cdot e^{-t_{NS}/\tau_n} \approx 0.13 \quad (\tau_n = 886 \text{ сек}) \quad (7.84)$$

Отношение ядерных концентраций He/p:

$$\frac{n_{He}}{n_p} \approx \frac{1}{13}$$

Массовая доля  ${}^4\text{He}$  в веществе:  
 $X_{4He} \approx 24\%$