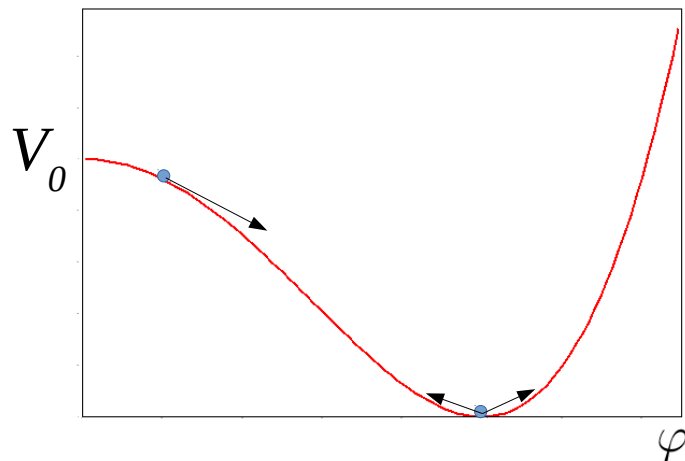


Лекция 15

Модели инфляции. Вечная хаотическая инфляция. Мультиверс.
Иерархия и типы мультиверсов.



- Хиггс-подобный потенциал
- Поле застревает вблизи нуля, запускает инфляцию, когда скатывается вниз инфляция прекращается, осцилляции рождают частицы \Rightarrow горячий взрыв \Rightarrow решение проблемы энтропии.

Подробный пример (популярная модель):

Поле вблизи нуля

$$V(\varphi) = V_0 - \frac{\lambda}{4} \varphi^4 \quad (\lambda - \text{безразмерно!}) \quad (15.1)$$

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \frac{\lambda^2 \varphi^6}{V_0^2} \quad (15.2)$$

$$\eta = -\frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \frac{3\lambda \varphi^2}{V_0} \quad (15.3)$$

Малое поле φ обеспечивает медленное скатывание. Почему начальное поле может быть мало?

- $\varphi = 0$ получается естественным образом, если в начальной горячей (возможно неоднородной) Вселенной эффективный потенциал имеет минимум в нуле.
- Начальная горячая Вселенная расширяется, и потенциал переходит в 0-температурный, запуская инфляцию.

Специальный случай: медленное скатывание заканчивается при небольшом значении поля (за счет выхода на крутой участок)

$$\lambda \varphi_E^4 \ll V_0 \quad (15.4)$$

(противоположный случай напоминает другой сценарий – хаотической инфляции)

При выполнении (15.4):

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \frac{\lambda \varphi^2}{V_0} \times \frac{\lambda \varphi^4}{V_0} \ll |\eta| \quad (15.5)$$

поэтому конец инфляции определяется условием $|\eta| \sim 1$:

$$|\eta_E| = \frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \frac{3\lambda \varphi_E^2}{V_0} \sim 1 \Rightarrow \quad (15.6)$$

$$\varphi_E^2 \sim \frac{V_0}{3\lambda} \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \Rightarrow \quad (15.7)$$

$$\lambda\varphi_E^4 \ll V_0 \Rightarrow \lambda(\varphi_E^2)^2 = \lambda \left(\frac{V_0}{3\lambda} \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \right)^2 \ll V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_0}{M_{Pl}^4} \ll \left(\frac{3}{8\pi} \right)^2 \lambda \Rightarrow V_0 \ll \left(\frac{3}{8\pi} \right)^2 \lambda M_{Pl}^4 \quad (15.8)$$

– это условия сценария новой инфляции при малых полях.

- Правильный масштаб возмущений получается при $\lambda \sim 10^{-13}$.
- Поля планковского масштаба не нужны!

Температура разогрева

Предполагая, что почти вся плотность энергии $\sim V_0$ переходит в тепло:

$$g_* T_{reh}^4 \lesssim V_0 \ll \left(\frac{3}{8\pi} \right)^2 \lambda M_{Pl}^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{reh} \ll \left[\frac{\left(\frac{3}{8\pi} \right)^2 \lambda}{g_*} \right]^{1/4} M_{Pl} \sim 10^{-3} M_{Pl} \quad (15.9)$$

– без подгонки параметров температура не слишком высока (в частности, монополи не рождаются).

Число e-фолдингов, для начала инфляции с поля φ

$$N_E(\varphi) = \ln \frac{a_E}{a(\varphi)} \quad (15.10)$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = H(t) \Rightarrow d \ln a = H(t) dt \Rightarrow N_E(\varphi) = \int_{t_\varphi}^{t_E} H(t) dt \quad (15.11)$$

Из уравнений медленного скатывания (14.72), (14.73)

$$\dot{\varphi} = -\frac{1}{3H} V'(\varphi) \quad (15.12)$$

$$H = \frac{1}{M_{Pl}} \left(\frac{8\pi}{3} V(\varphi) \right)^{1/2} \quad (15.13)$$

получаем

$$N_E(\varphi) =$$

$$= \left\langle \varphi \text{ как часы : } t \rightarrow \varphi(t), d\varphi = \dot{\varphi} dt, dt = \frac{d\varphi}{\dot{\varphi}} \right\rangle =$$

$$= \int_{\varphi}^{\varphi_E} H(\varphi) \frac{d\varphi}{\dot{\varphi}} = \left\langle (15.12), (15.13) \star \right\rangle =$$

$$= \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \int_{\varphi_E}^{\varphi} \frac{V}{V'} d\varphi \quad (15.14)$$

$$N_E(\varphi) = \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \int_{\varphi_E}^{\varphi} \frac{V}{V'} d\varphi \quad (15.15)$$

Для «новой инфляции»:

$$N_E(\varphi) = \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \left[\frac{\varphi^2}{2} \frac{V_0}{\lambda\varphi^4} \Big|_{\varphi_E}^{\varphi} + \frac{1}{4} \frac{\varphi^2}{2} \Big|_{\varphi_E}^{\varphi} \right] =$$

$$= \left\langle \frac{V_0}{\lambda\varphi_E^4} \gg 1 \Rightarrow \frac{1}{4} \frac{\varphi^2}{2} \Big|_{\varphi_E}^{\varphi} \rightarrow 0 \right\rangle \simeq$$

$$\simeq \frac{4\pi}{M_{Pl}^2} \frac{V_0}{\lambda} \frac{1}{\varphi^2} - \frac{4\pi}{M_{Pl}^2} \frac{V_0}{\lambda} \frac{1}{\varphi_E^2} \simeq \frac{4\pi}{M_{Pl}^2} \frac{V_0}{\lambda} \frac{1}{\varphi^2} \quad (15.16)$$

$$N_E(\varphi) = \frac{4\pi}{M_{Pl}^2} \frac{V_0}{\lambda} \frac{1}{\varphi^2} \Rightarrow N_E^{(tot)} = \frac{4\pi V_0}{\lambda M_{Pl}^2 \varphi_i^2} \quad (15.17)$$

Как оценить порядок?

На протяжении инфляции (из (14.73) или (15.13))

$$H = \frac{1}{M_{Pl}} \left(\frac{8\pi V}{3} \right)^{1/2} \approx \frac{1}{M_{Pl}} \left(\frac{8\pi V_0}{3} \right)^{1/2} \quad (15.18)$$

– меняется мало.

Если φ_i имеет порядок квантовой флуктуации φ :

$$\varphi_i \sim \delta\varphi \sim H \quad (15.19)$$

тогда в (15.17)

$$\varphi_i^2 \sim \frac{1}{M_{Pl}^2} \frac{8\pi V_0}{3} \quad (15.20)$$

Подставляем и получаем

$$N_E^{(tot)} \approx \frac{3}{2\lambda} \sim 10^{13} \quad (15.21)$$

а нужно всего $N_E^{(tot)} \sim 60 \div 100$.

Вселенная раздувается в $\sim 10^{10^{13}}$ раз – «инфляционно большое число».

Видимая Вселенная – крошечный кусочек инфляционного пузыря.

• Проблема сценария «новой инфляции» – естественное значение $\lambda \sim 10^{-13}$ – очень мало, и не появляется естественным образом в GUT.

Сценарий хаотической инфляции Андрея Линде Инфляция в сильном поле

Рассмотрим простейшие потенциалы

$$V = g\varphi^n \quad (15.22)$$

Можно ли реализовать условия (14.83), (14.84)

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \quad (15.23)$$

$$\eta = \frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \frac{V''}{V} \ll 1 \quad (15.24)$$

Попробуем:

$$\frac{V'}{V} = \frac{n}{\varphi} \quad (15.25)$$

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \frac{n^2}{\varphi^2} \ll 1 \Rightarrow \varphi \gg M_{Pl} \frac{n}{4\pi} \quad (15.26)$$

$$\frac{V''}{V} = \frac{n(n-1)}{\varphi^2} \quad (15.27)$$

$$\eta = \frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \frac{n(n-1)}{\varphi^2} \ll 1 \Rightarrow \varphi \gg M_{Pl} \sqrt{\frac{n(n-1)}{8\pi}} \quad (15.28)$$

• При не слишком больших n режим медленного скатывания автоматически реализуется для

$$\varphi \gg M_{Pl} \quad (15.29)$$

Не противоречит ли такое значение поля условиям применимости классической гравитации?

Условие классичности:

$$V(\varphi) \ll M_{Pl}^4 \quad (15.30)$$

$$V(\varphi) = g\varphi^n \ll M_{Pl}^4 \Rightarrow \varphi \ll \left(\frac{M_{Pl}^4}{g}\right)^{1/n} \quad (15.31)$$

Нужно обеспечить:

$$M_{Pl} \ll \varphi \ll \left(\frac{M_{Pl}^4}{g}\right)^{1/n} \quad (15.32)$$

Это можно получить за счет малой постоянной g (в планковских единицах)

[что согласуется с получением реалистичных амплитуд начальных возмущений и не вызывает отторжения в КТП]

Примеры

$$V_2(\varphi) = \frac{m^2}{2}\varphi^2 \quad (15.33)$$

$$\left(\frac{M_{pl}^4}{m^2/2}\right)^{1/2} \gg M_{Pl} \Rightarrow m \ll M_{Pl} \quad (15.34)$$

$$V_4(\varphi) = \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \quad (15.35)$$

$$\left(\frac{M_{Pl}^4}{\lambda/4}\right)^{1/4} \gg M_{Pl} \Rightarrow \lambda \ll 1 \quad (15.36)$$

Начало инфляции

- Хаотические начальные условия:

Вселенная неоднородна на всех масштабах вплоть до планковского – радиусы кривизны $\sim M_{Pl}^{-1} = l_{Pl}$, $\rho \sim M_{Pl}^4$.

- Имеется инфлатон со степенным потенциалом. Естественными условиями для него являются

$$V = g\varphi^n \sim M_{Pl}^4 \Rightarrow \varphi \sim \left(\frac{M_{Pl}^4}{g}\right)^{1/n} \quad (15.37)$$

- Поле *сильно неоднородно*, поэтому также

$$g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi \sim M_{Pl}^4 \quad (15.38)$$

- Вклад кривизны в уравнение «Фридмана» существенен.

- Вклады кривизны и кинетического члена (15.38) при расширении падают как $1/a^2$, но $V(\varphi)$ меняется медленно («медленное скатывание»).

- В результате случайной «квантовой» флуктуации может возникнуть область чуть больше l_{Pl} , где градиентные члены и вклад кривизны меньше $V(\varphi)$. Флуктуация попадает в режим медленного скатывания и начинает раздуваться.

- Инфляция продолжается, пока не нарушается условие $M_{Pl} \ll \varphi$, после чего поле переходит в режим осцилляций и приводит к рождению частиц (разогрев). Нужно взаимодействие φ с другими полями (X -бозоны GUT и прочее).

Сценарий хаотической инфляции, кратко:

• Предельно ранняя Вселенная заполнена полем инфлатона планковской плотности, что плохо описывается классической физикой и даже наличие гладкого пространства-времени проблематично.

Но никакой начальной сингулярности нет!

• Некоторые кластеры планковского размера раздуваются за счет инфляции в «инфляционные пузыри», и то, что мы наблюдаем – малая часть одного из пузырей.

Условие начала инфляции: малый вклад градиентного члена (это случайность) при планковской плотности энергии поля инфлатона (это естественное состояние поля).

Ограничение на начальную температуру.

Вся энергия поля переходит в тепло:

$$\rho \sim g_* T^4 \lesssim V(\varphi \sim M_{Pl}) \Rightarrow \\ \Rightarrow T_{reh} \lesssim T_{max} \sim \left[\frac{V(\varphi \sim M_{Pl})}{g_*} \right]^{1/4} \quad (15.39)$$

Из $V(\varphi) \ll M_{Pl}^4$ (классичность) следует, что $T_{reh} \ll M_{Pl}$ (монополи не рождаются)

Сколько e-фолдингов дает хаотическая инфляция

$N_E(\varphi)$ из (15.15):

$$N_E(\varphi) = \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \int_{\varphi_E}^{\varphi} \frac{V}{V'} d\varphi \quad (15.40)$$

Для $V = g\varphi^n$

$$\int_{\varphi_E}^{\varphi} \frac{V}{V'} d\varphi = \frac{1}{2n}(\varphi^2 - \varphi_E^2) = \varphi \gg \varphi_E \simeq \frac{1}{2n}\varphi^2 \quad (15.41)$$

$$N_E(\varphi) = \frac{4\pi}{n} \frac{\varphi^2}{M_{Pl}^2} \quad (15.42)$$

Считаем, что в начале инфляции $V(\varphi_i) \sim M_{Pl}^4 \Rightarrow$

$$g\varphi_i^n \sim M_{Pl}^4 \Rightarrow \varphi_i \sim \frac{1}{g^{1/n}} M_{Pl}^{4/n} \Rightarrow \quad (15.43)$$

$$N_E^{(tot)} = N_E(\varphi_i) = \frac{4\pi}{n} \left(\frac{M_{Pl}^{4-n}}{g} \right)^{2/n} \quad (15.44)$$

Примеры

$$n = 2; \quad g = \frac{m^2}{2} \Rightarrow N_E^{(tot)} = 4\pi \frac{M_{Pl}^2}{m^2} \quad (15.45)$$

$$n = 4; \quad g = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow N_E^{(tot)} = \frac{2\pi}{\sqrt{\lambda}} \quad (15.46)$$

$\delta\rho/\rho \sim 5 \cdot 10^{-5} \Rightarrow$

$$n = 2: \quad m \sim 10^{-6} M_{Pl} \Rightarrow N_E^{(tot)} \sim 10^{13} \quad (15.47)$$

$$n = 4: \quad \lambda \sim 10^{-13} \Rightarrow N_E^{(tot)} \sim 10^7 \quad (15.48)$$

Планковский масштаб растягивается инфляцией в $10^{10^{13}}$ или в 10^{10^7} раз \Rightarrow кривизна нулевая.

Модель Старобинского (1979)

Модель не содержит дополнительных полей, но учитывает квантовые поправки к лагранжиану Гильберта-Эйнштейна:

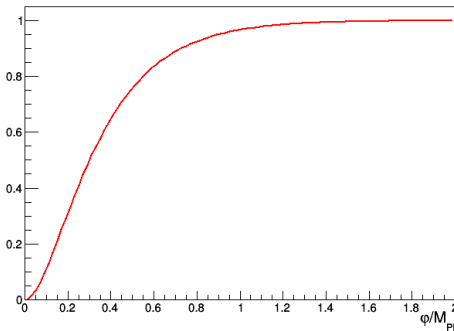
$$S = -\frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \int dx^4 \sqrt{-g} \left(R - \frac{R^2}{6M^2} \right) \quad (15.49)$$

M имеет размерность массы, свободный параметр.

Можно показать, что любая теория $f(R)$ эквивалентна обычной теории Эйнштейна со скалярным полем с некоторым потенциалом $V(\varphi)$.

Для теории (15.49):

$$V(\varphi) = \frac{3M^2 M_{Pl}^2}{32\pi^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} \frac{\varphi}{M_{Pl}}\right) \right]^2 \quad (15.50)$$



- Модель Старобинского эквивалентна модели хаотической инфляции с инфлатонным полем (15.50)
- Ограничения на скалярно-тензорное отношение $r < 0.07$, согласуются с моделью Старобинского, так как она предсказывает $r \sim 0.001$. [arXiv:1502.02114, arXiv:1807.06211].

Генерация космологических возмущений

- Скалярные возмущения: усиленные инфляцией вакуумные флуктуации поля инфлатона.
- Тензорные возмущения: усиленные инфляцией вакуумные флуктуации гравитационного поля (метрики).

Количественная теория дает:

- Скалярно/тензорное отношение r
- Спектральные индексы скалярных и тензорных мод возмущений

Инфляционное усиление квантовых флуктуаций поля инфлатона

- Квантовые флуктуации поля инфлатона φ являются гауссовым случайным полем.
- Разложение среднего квадрата отклонения по импульсам (длинам волн), расходящийся интеграл:

$$\langle \varphi^2 \rangle = \langle 0 | \varphi^2(x) | 0 \rangle = \int_0^\infty \frac{dq}{\sqrt{q^2 + m^2}} \frac{q^2}{8\pi^2} \approx \int_0^\infty \frac{dq}{q} \frac{q^2}{8\pi^2} \quad (15.51)$$

- Спектр мощности квантовых флуктуаций

$$\mathcal{P}_\varphi(q) = \frac{q^2}{8\pi^2} \quad (15.52)$$

- Амплитуда квантовых флуктуаций, по определению

$$\delta\varphi(q) \equiv \sqrt{\mathcal{P}_\varphi(q)} \Rightarrow \delta\varphi(q) = \frac{q}{2\sqrt{2}\pi} \quad (15.53)$$

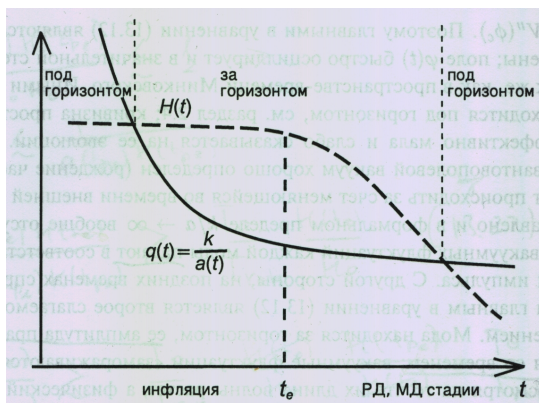
- На фазе горячего взрыва: Расширение с замедлением. Горизонт событий растет быстрее масштабного фактора. \Rightarrow константные моды входят под горизонт, и начинают осциллировать.

- На фазе инфляции – обратная картина: Расширение с ускорением. Масштабный фактор растет быстрее горизонта. \Rightarrow короткие вакуумные флуктуации выходят за горизонт и замораживаются \Rightarrow

- Фиксируется большая амплитуда коротких флуктуаций.

- При фиксированной амплитуде длина волны резко увеличивается,
 - амплитуда для этой волны становится много больше, чем предписывается формулой (15.53) –
 - это есть механизм усиления вакуумных флуктуаций за счет инфляции.

- Эти усиленные флуктуации есть те константные моды, которые дают начальные условия для эволюции возмущений на горячей стадии.



Вечная инфляция и Мультиверс

- Инфляция идет, моды квантовых флуктуаций на стадии инфляции выходят за горизонт и замораживаются.

- Разные вышедшие за горизонт моды несут разные значения поля инфлатона и причинно не связаны между собой.

- Вся область инфляции оказывается разбита на под-области со своими почти однородными полями инфлатона \Rightarrow Вселенная в целом сильно неоднородна.

- В некоторых областях инфлатон велик, и там усиливается раздувание.

- В некоторых областях инфлатон мал, там инфляция завершается горячим взрывом.

- Там, где инфляция продолжается (инфлатон велик), новые квантовые возмущения выходят за горизонт и т.д.

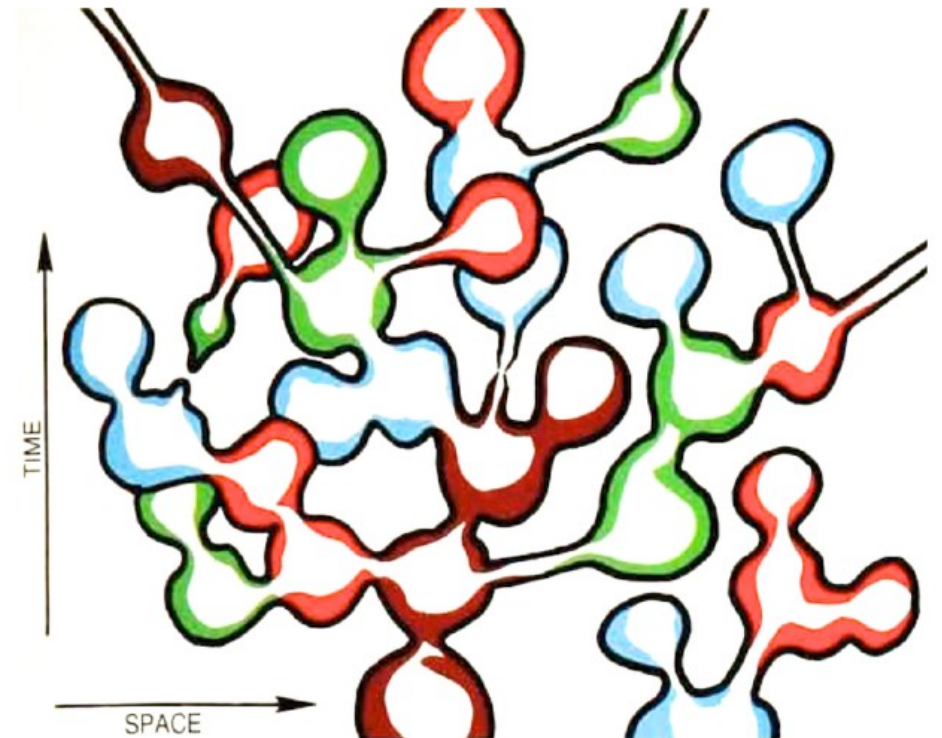
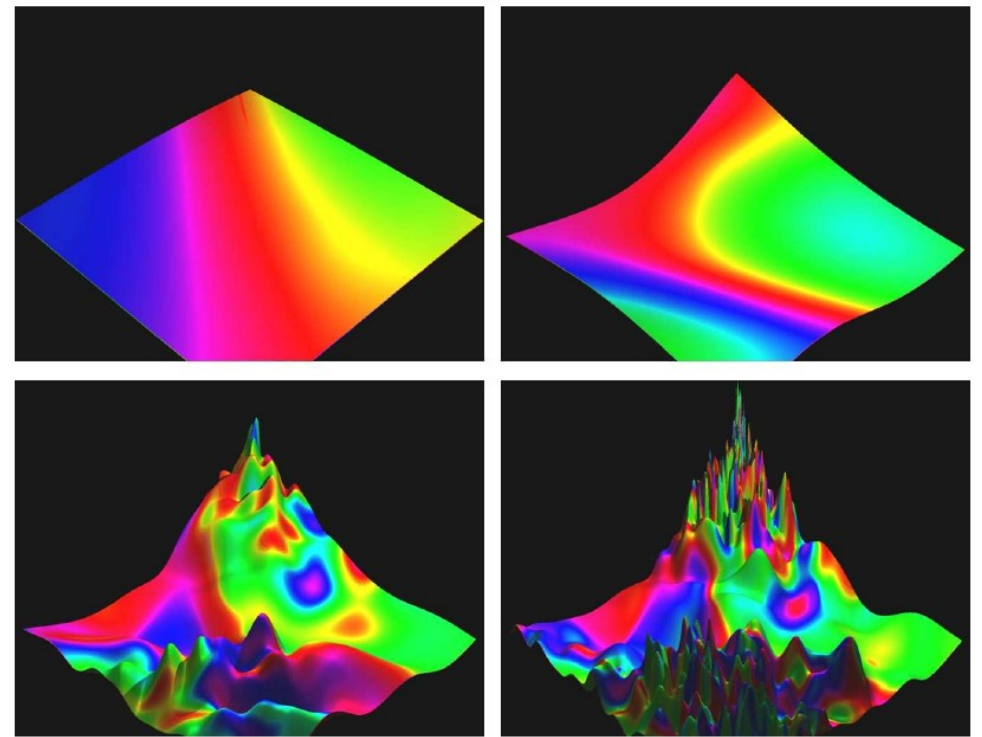
... \Rightarrow рекурсия \Rightarrow Вечная инфляция

- Инфляция однажды начавшись в начальной хаотической вселенной никогда не заканчивается, и этот сценарий очень общий для разных моделей инфляции.

- Разные области представляют собой независимые «локальные» вселенные.

- На стадии горячего взрыва симметрии нарушаются случайным образом, поэтому они могут быть нарушены по-разному, тогда в разных локальных вселенных будет разная физика. *Мультиверс* хаотической и вечной инфляции.

- Еще одна загадка решается: тонкая подгонка фундаментальных констант. Слабый антропный принцип: мы живем в одной из тех немногих вселенных, где спонтанное нарушение симметрий произошло способом, который поддерживает возможность существования мыслящих наблюдателей.



Мультивёрс(ы) (~ По Максy Тегмарку)



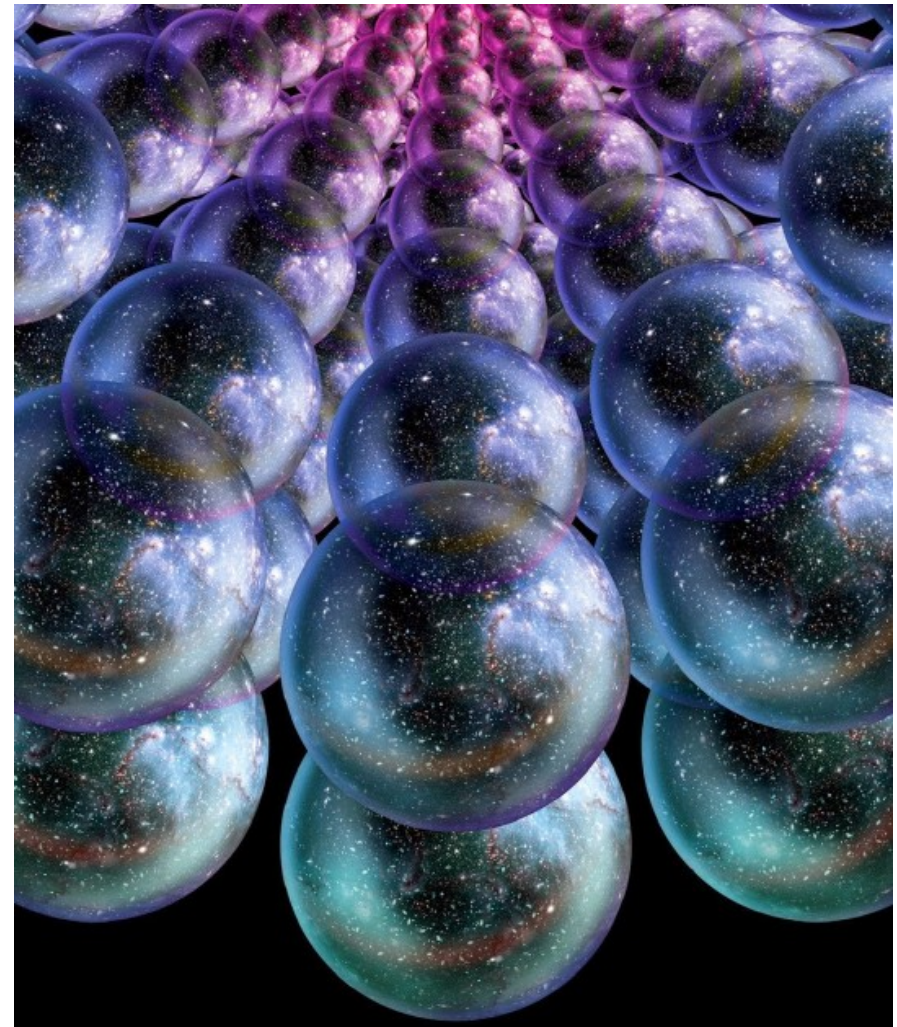
Мультивёрс 1-го уровня

Наблюдаемая нами часть Вселенной (Метагалактика) - лишь крошечная часть нашей «локальной вселенной» - пузыря инфляционной космологии.

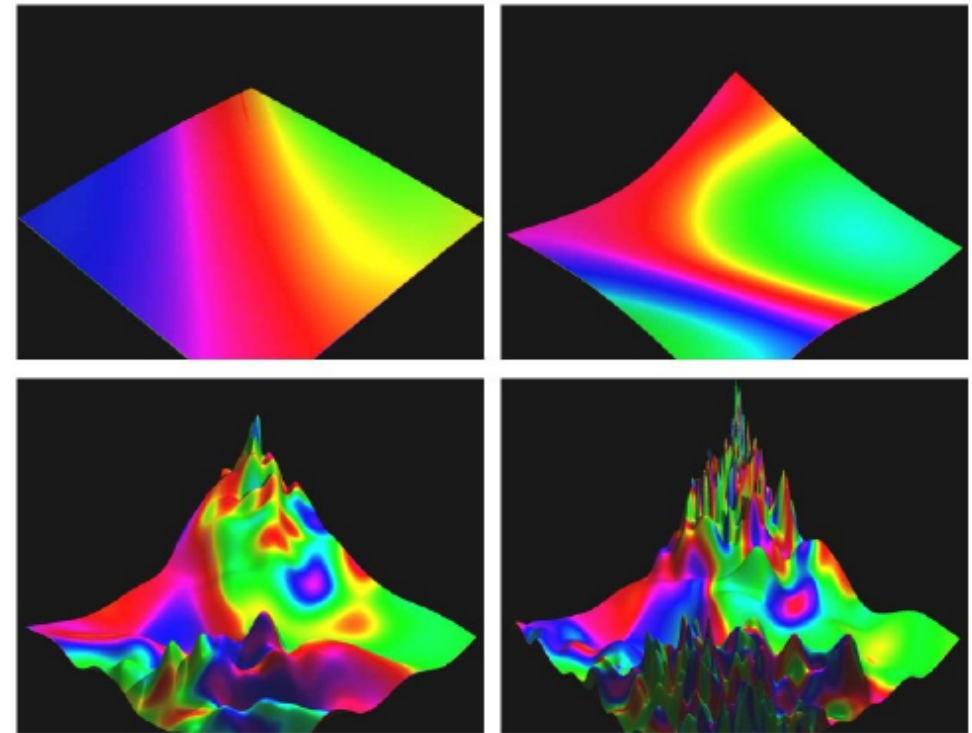
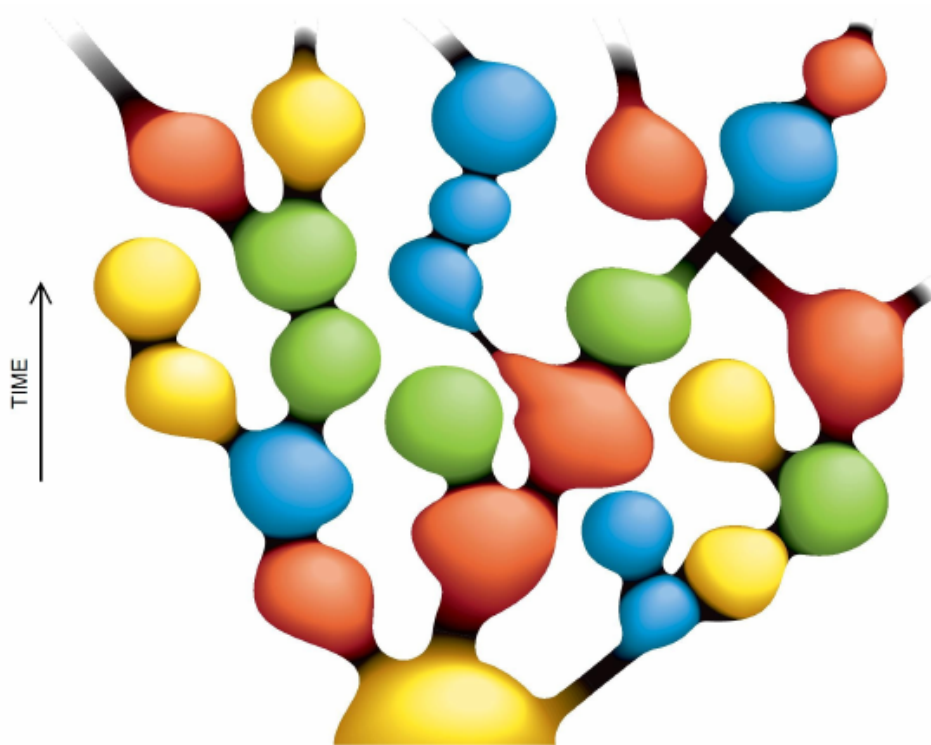
Существует невообразимо огромное число других метагалактик, которые не могут быть с нами причинно связаны.

Где-то в мультивёрсе 1-го уровня есть точная копия Солнечной системы и неизмеримо больше не очень точных копий.

В мультиверсе 1-го уровня реально есть «ансамбль наблюдаемых горизонтов», который нужен матаппарату космологических возмущений



Мультивёрс 2-го уровня - хаотическая вечная инфляция



Разные локальные пузыри инфляции – локальные вселенные – могут содержать разную физику.

Проблема тонкой подгонки параметров – малое изменение фундаментальных констант ведет к «взрывному нарушению» стабильности структур.

Слабый антропный принцип: мы наблюдаем тонкую настройку параметров потому, что в тех вселенных, где ее нет, нет и наблюдателей (Андрей Линде)