

Лекция 8

Темная материя. Рекомбинация электронов и последнее рассеяние фотонов. Эпоха реионизации. Температурная история Вселенной.

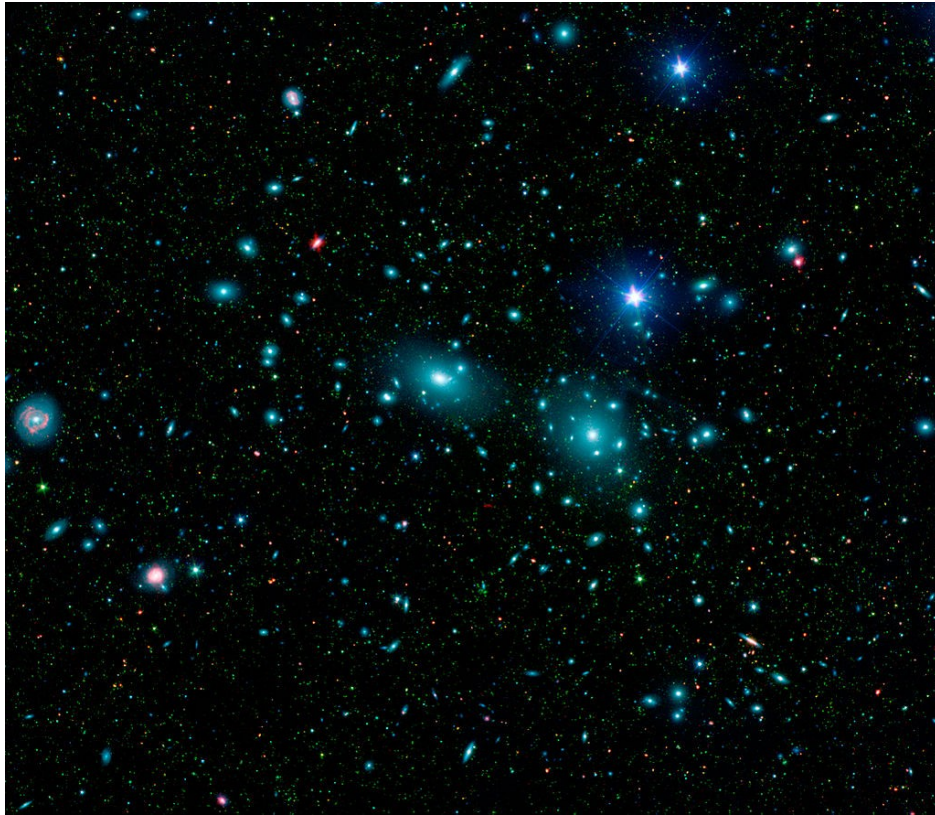
Темная материя

1. Скорости галактик в скоплениях

Теорема о вириале: $2\langle T \rangle = \langle U \rangle$.

Фриц Цвикки, 1937. Скопление Кома (Волосы Вероники): Масса скопления в десятки раз превышает массу видимого вещества. «Темная материя» – термин Цвикки.

F. Zwicky. 1937, ApJ, 86, 217.



2. Плоские кривые вращения галактик

Ожидается $V \propto \sqrt{R}$

Туманность Андромеды (Хорес Бэбкок, 1939)

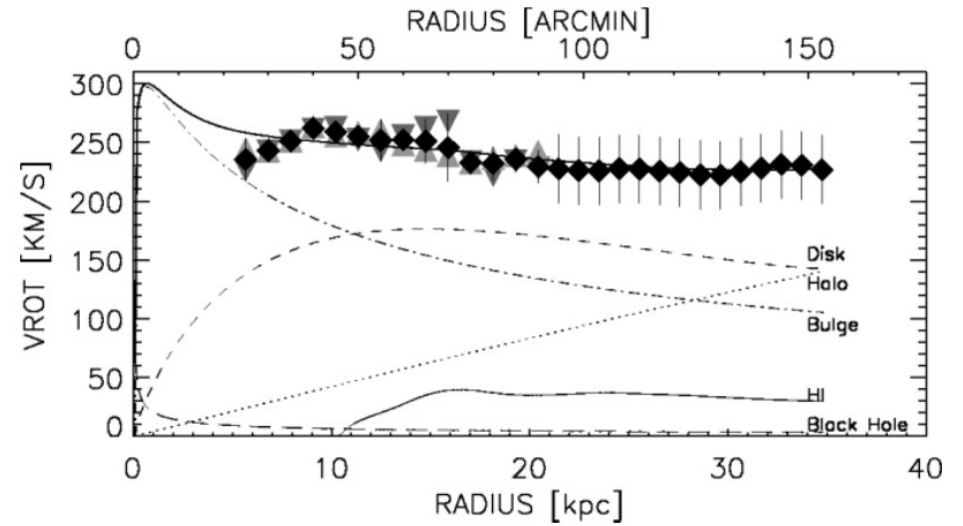
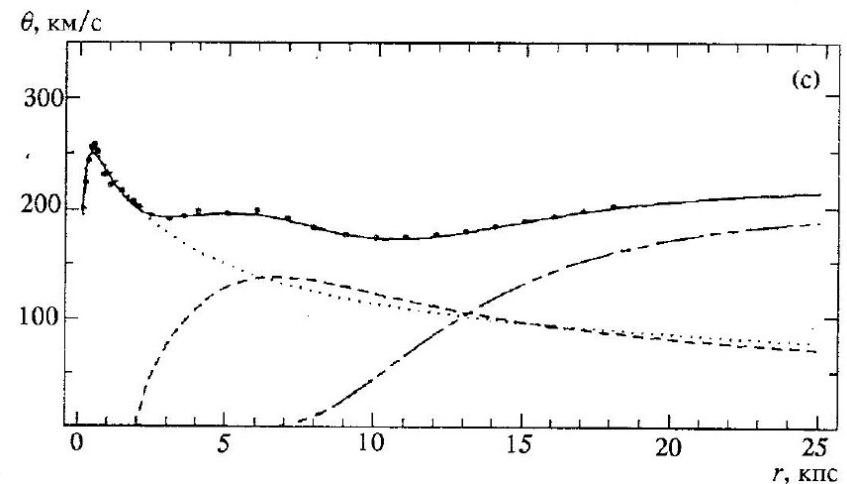


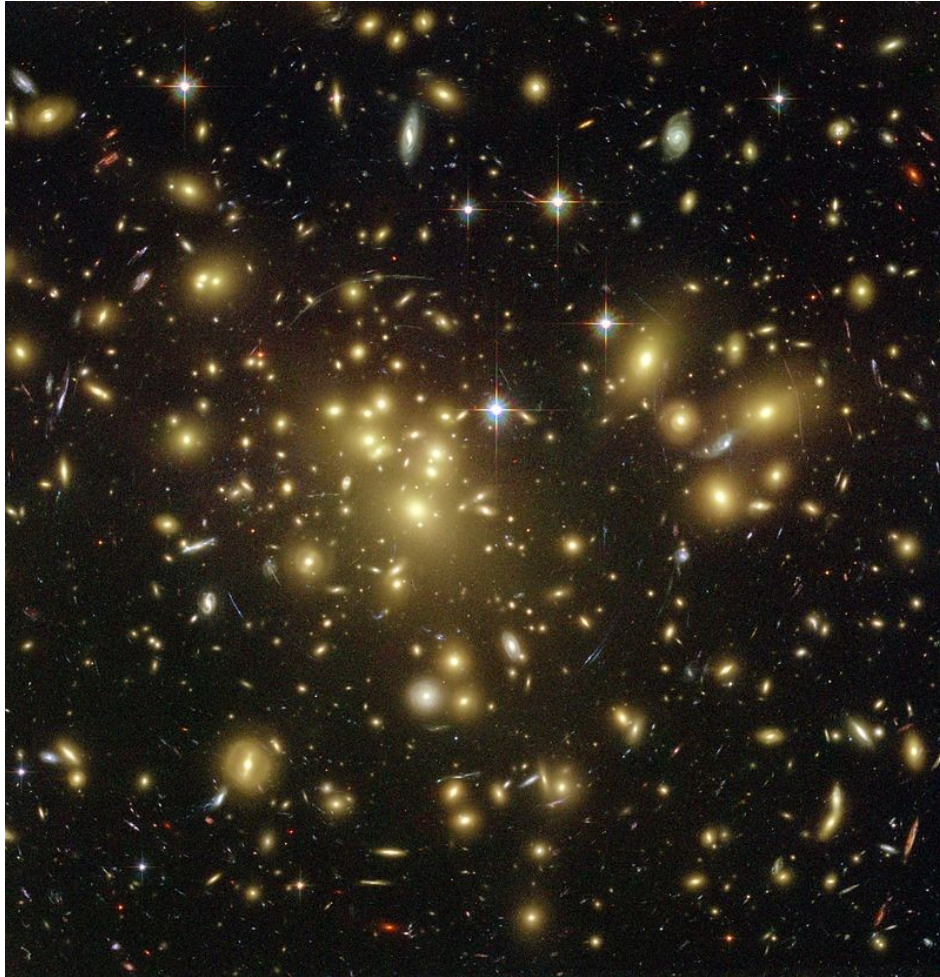
FIG. 2.—Rotation curve and mass model for M31. The new rotation velocities from the Effelsberg and GBT 100 m observations are for $R > 21$ kpc.

Млечный Путь



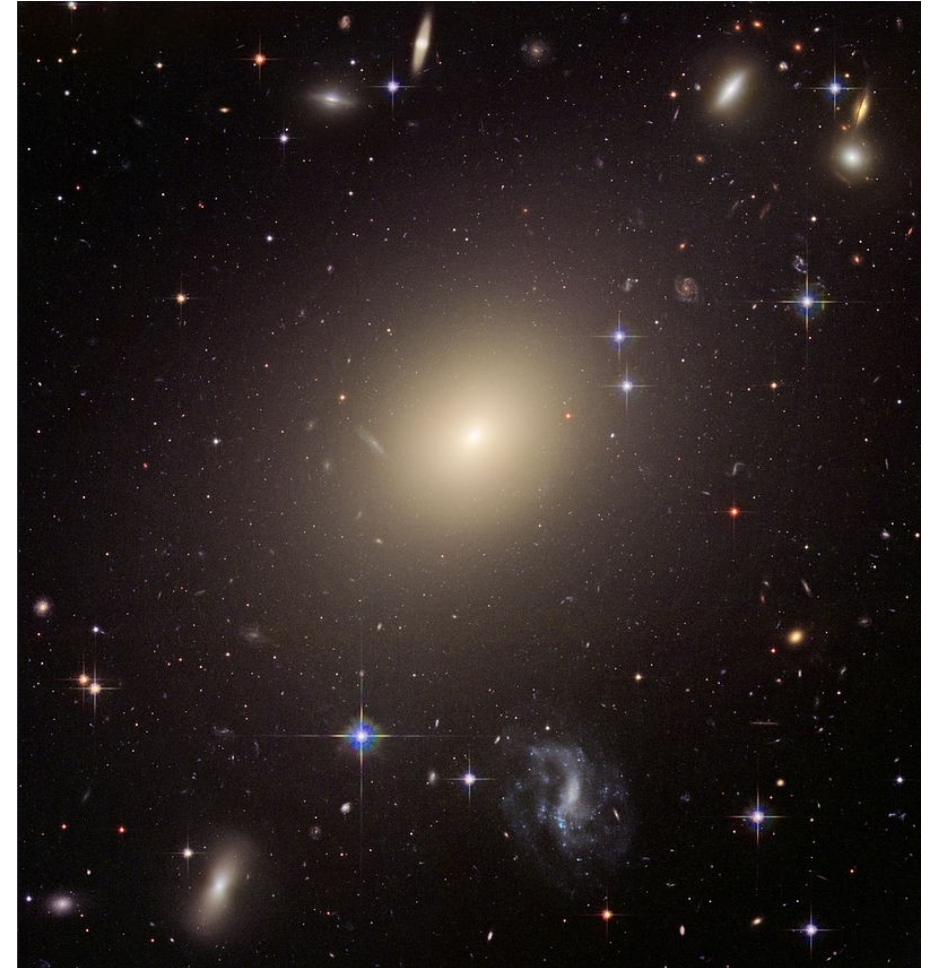
3. Сильное гравитационное линзирование скоплениями галактик

Дает результаты, согласующиеся с измерением скоростей в скоплениях галактик.



Скопления галактик Abell 1689. Снимок космического телескопа Хаббл (HST). Галактики самого скопления изображены жёлтым цветом. Галактики на заднем фоне (синие и красные) изогнуты в длинные дуги.

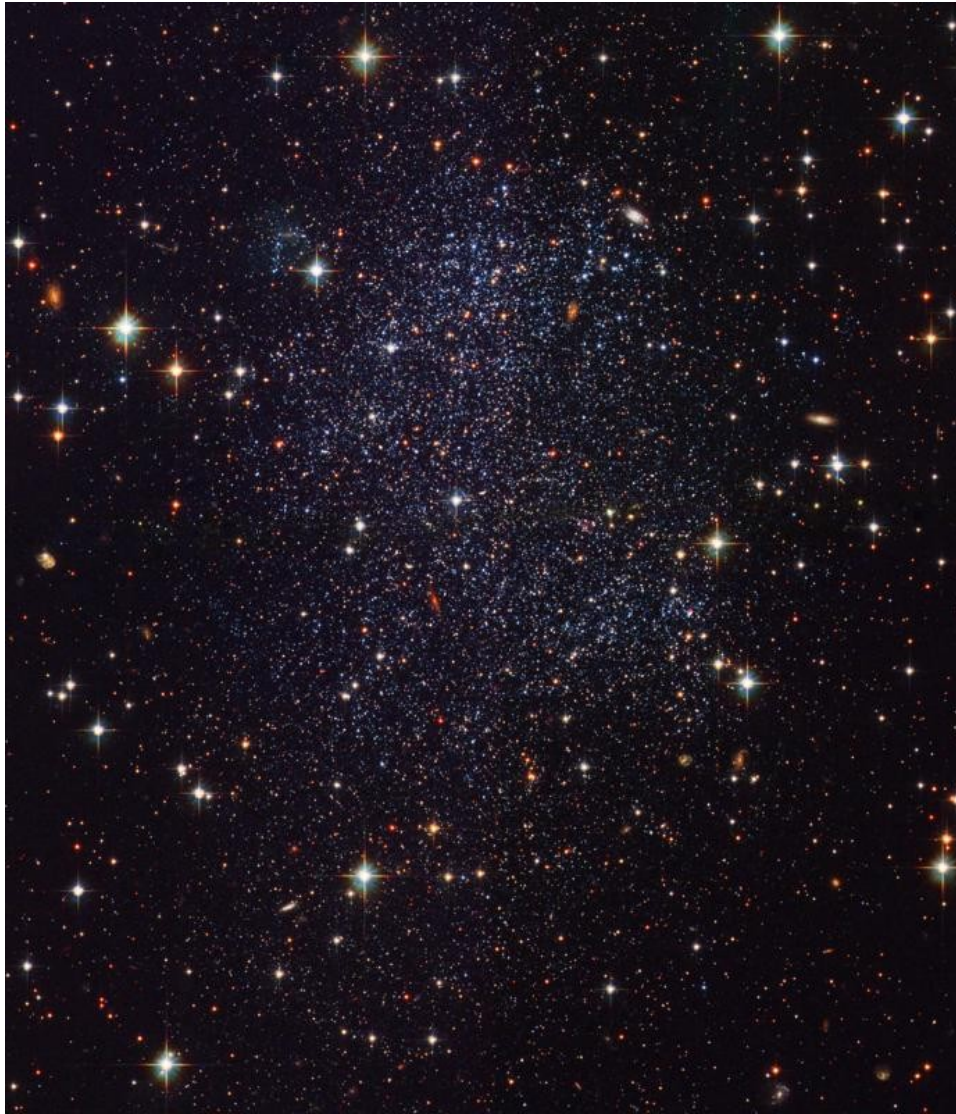
4. Удержание горячего газа эллиптическими галактиками



Эллиптическая галактика ESO 325-G004
Гравитационного поля одних только звезд и газа недостаточно для удержания горячего газа эллиптической галактики.

5. Карликовые галактики низкой поверхностной яркости

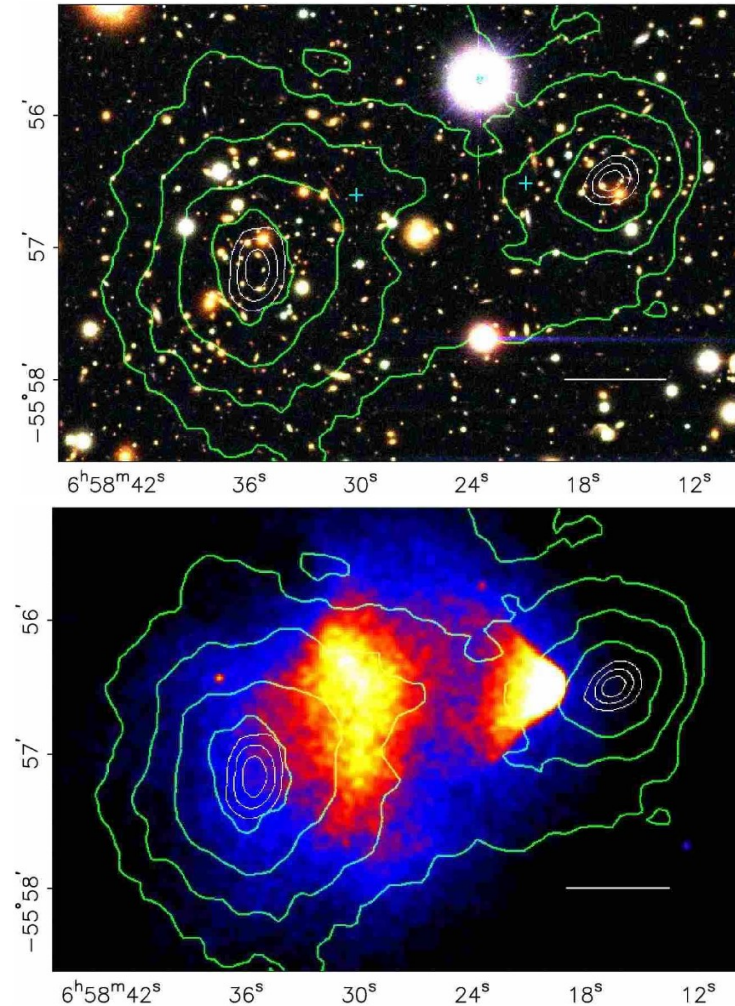
Состоят на $> 95\%$ из невидимого вещества.



Карликовая неправильная галактика в Стрельце.

Млечный путь имеет не менее 6 ultra-faint спутников с отношением долей массы темного вещества 99.9% (arXiv:0706.0516).

6. Сталкивающиеся кластеры галактик: распределение масс видимого вещества отличается от распределения масс, определенного по гравитационному линзированию: *модельно-независимое доказательство существования темной материи.*



1E0657-558 ($z=0.296$)

Нижняя картинка: распределение горячего газа (масс-доминирующая компонента), X-ray

Astrophys.J.648:L109-L113,2006 (astro-ph/0608407)

Что такое темная материя?

MOND (MOdified Newtonian Dynamics) и другие модифицированные теории гравитации.

Темная материя – *не материя*, а модификация закона тяготения при малых ускорениях/больших расстояниях.

Проблема: недостаточная универсальность.

- Центр тяготения всегда должен быть совмещен с центром масс барионной материи, что иногда не так (например, в парах взаимодействующих галактических кластеров).
- Отношение гравитирующей материи к барионной материи должно быть постоянным, что не так.

Темная материя – «материя»

- Небарионная. Крупные объекты давали бы интенсивное микролинзирование, мелкие объекты – интенсивное поглощение и рассеяние света.
- Электрически нейтральная. Заряженная темная материя интенсивно излучала бы или поглощала э.м. излучение. Коллапсировала бы в крупные объекты.
- Если это частицы, то взаимодействуют только слабо и гравитационно – WIMPY (Weakly Interacting Massive Particles) в широком смысле. Или даже только гравитационно.

Основные кандидаты

- Нейтралино – легчайшая SUSY частица, смесь суперпартнёров Z-бозона, фотона и бозона Хиггса.
 $M_X \sim n \times GeV$
- Снейтрино – легчайший суперпартнер нейтрино.
 $M_X \sim n \times GeV$
- Гравитино – суперпартнер гравитона (\Rightarrow гравитация – калибровочная теория по группе Пуанкаре \Rightarrow теория Эйнштейна-Картана).
 $M_X \sim n \times GeV$
- Аксионоподобные частицы (аксион – решает проблему возможного сильного нарушения CP-инвариантности в хромодинамике).
 $M_X \sim n \times keV$
- Всякая экзотика. Топологические солитоны, зеркальная материя, **микро/мини-дыры**. . . $M_X = ?$

Холодная, теплая и горячая ТМ

ТМ в какой-то момент замораживается (выходит из ТД равновесия) подобно нейтрино и нейтронам.

- *Холодная темная материя.* Выход из термодинамического равновесия при температуре $T_f < M_X$. Имеет место для $M_X \gtrsim 30$ КэВ. WIMPy (Weakly Interacting Massive Particles) в узком смысле.
- *Теплая темная материя.* Частицы являются релятивистскими на момент замораживания, но являются нерелятивистскими на момент перехода от РД к ДМ стадии ($T_{eq} \sim 1$ эВ). Массы между $\gtrsim 1$ эВ и 30 КэВ (реально $M_X < 1$ кэВ исключены).
- *Горячая темная материя.* $M_X < 1$ эВ. Частицы УР на момент перехода от РД к ДМ стадии. Исключена, т.к. не допускает образования гравитационно связанных объектов (см. ниже).

Ограничение по массе снизу для частиц теплой темной материи

В диапазоне температур $M_X < T < T_f$ частицы уже свободны, но еще релятивистские.

Это приводит к сглаживанию начальных неоднородностей ТМ («перемешивание») \Rightarrow амплитуды возмущений на малых масштабах малы.

Перемешивание прекращается при $T \sim M_X$. Размер горизонта на этот момент определяет размер областей сейчас, где возмущения плотности подавлены.

Т.к. для теплой ТМ перемешивание кончается на РД стадии \Rightarrow

$$l_{Hor} \sim \frac{1}{H} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \sim \frac{M_{Pl}^*}{M_X^2} \quad (8.1)$$

Этот размер сейчас:

$$l_{Hor,0} = l_{Hor}(1+z) = l_{Hor} \frac{T}{T_0} \sim \frac{M_{Pl}^*}{M_X T_0} \quad (8.2)$$

Электроны уже нерелятивистские ($T \lesssim 30$ кэВ):

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} = 3.36 \Rightarrow \quad (8.3)$$

$$M_{pl}^* = \frac{M_{Pl}}{1.66\sqrt{g_*}} = 4 \cdot 10^{18} \text{ ГэВ.} \quad (8.4)$$

$$M_X \sim 1 \text{ эВ} \Rightarrow l_{Hor,0} \sim 100 \text{ Мпк} \quad (8.5)$$

– СЛИШКОМ МНОГО.

$$M_X \sim 1 \text{ кэВ} \Rightarrow l_{Hor,0} \sim 0.1 \text{ Мпк} \quad (8.6)$$

– разумно, т.к. приводит к структурам типа карликовых галактик \Rightarrow

$$M_X \gtrsim 1 \text{ кэВ} \quad (8.7)$$

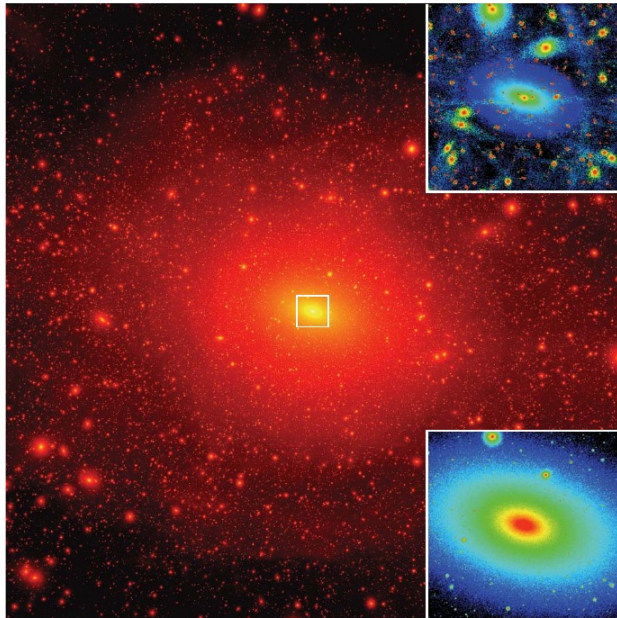
Теплая темная материя $1 \text{ кэВ} < M_X < 30 \text{ кэВ}$ не исключена! (Горячая ТМ исключена)

Но предпочтительной считается холодная темная материя $M_X > 30 \text{ кэВ}$

Ограничение сверху на массу «частиц»:

$M_X \lesssim 10^3 M_\odot$ – по разрушению звездных скоплений.

Проблема каспов холодной темной материи



Темная материя должна концентрироваться в компактных сгущениях с «сингулярностями» в центре (cusps, каспы), но (почти) никаких признаков каспов в Галактике не обнаружено (их сильно меньше, чем ожидается)

Закалка числа частиц холодной темной материи относительно аннигиляции

Предположения:

- X стабильны
- Находятся в равновесии до температур $T < M_X$
- $n_X - n_{\bar{X}} = 0$

Вопрос: Почему частицы темной материи выжили после охлаждения, но не проаннигилировали все?

При $T < M_X$, в равновесии

$$n_X = n_{\bar{X}} = g_X \left(\frac{M_X T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-M_X/T}, \mu_X = 0 \quad (8.8)$$

Уменьшение числа частиц ТМ в сопутствующем объеме возможно только за счет аннигиляции:

$X + \bar{X} \rightarrow$ легкие частицы.

После окончания аннигиляции количество частиц в сопутствующем объеме постоянно (с точностью до возможного распада X). $T_f = ?$

Время пробега до аннигиляции

$$\tau = \frac{1}{n_X} \frac{1}{\langle \sigma_{ann} v \rangle} \quad (8.9)$$

Условие замораживания числа частиц X :

$$\tau(T_f) = \frac{1}{n_X(T_f)} \frac{1}{\langle \sigma_{ann}(T_f) v(T_f) \rangle} = \frac{1}{H(T_f)} \quad (8.10)$$

Аннигиляция в s -волне (закон Бете):

$$\sigma_{ann}(v) = \frac{\sigma_0}{v}; \quad \sigma_0 = \text{const} \Rightarrow \langle \sigma_{ann} v \rangle = \sigma_0 \Rightarrow \quad (8.11)$$

$$\frac{1}{n_X} \frac{1}{\sigma_0} = \frac{1}{H(T_f)} = \left(\frac{T_f^2}{M_{pl}^*} \right)^{-1} \quad (\text{РД стадия!}) \quad (8.12)$$

Подставляем (8.8) в (8.12):

$$\frac{1}{\sigma_0} \frac{1}{g_X} \left(\frac{2\pi}{M_X T_f} \right)^{3/2} e^{M_X/T_f} = \frac{M_{Pl}^*}{T_f^2} \Rightarrow \quad (8.13)$$

$$\frac{M_X}{T_f} = \ln \left[\frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \cdot \left(\frac{M_X}{T_f} \right)^{1/2} \right] \quad (8.14)$$

Уравнение типа

$$x = \ln(Ax^\alpha) \quad (8.15)$$

Оценим по масштабу $A = ?$

Область взаимодействия $a^2 \sim \sigma_0$

$$a \sim \lambda_C(M_X) = \frac{1}{M_X} \text{ с точностью до 2-3 порядков} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \sim \frac{M_{Pl}^*}{M_X} \sim 10^{13}; \quad \ln(A) \sim 30 \quad (8.16)$$

Решаем (8.15) методом итераций, $\alpha = 1/2$:

$$x_0 = 1 \quad (8.17)$$

$$x_1 = \ln(A) \quad (8.18)$$

$$x_2 = \ln(A) + 0.5 \ln(\ln(A)) \quad (8.19)$$

$0.5 \ln(\ln(A)) \sim 1.5 \Rightarrow$ можно ограничиться приближением x_1 («решение в логарифмическом порядке») \Rightarrow

$$\frac{M_X}{T_f} \approx \ln \left[\frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \right] \Rightarrow \quad (8.20)$$

$$T_f = \frac{M_X}{\ln \left[\frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \right]} \quad (8.21)$$

Знаменатель $\gtrsim 30 \Rightarrow T_f \ll M_X \Rightarrow$ ТМ действительно холодная.

По формуле (8.21), подбирая подходящий вес g_* :

M_X	T_f	t_f
1 ГэВ	0.048 ГэВ	$1 \cdot 10^{-4}$ сек
100 ГэВ	3.9 ГэВ	$1.6 \cdot 10^{-8}$ сек
10 ТэВ	330 ГэВ	$2.2 \cdot 10^{-12}$ сек

Сечение аннигиляции частиц темной материи

Темная материя не успела проаннигилировать вся, прежде чем произошла закалка. Сколько осталось – зависит от σ_0 и T_f .

Сначала найдем $n_X(t_0)$ и Ω_X , потом выразим из них $\sigma v = \sigma_0 = \text{const}$.

Условие замораживания ТМ против аннигиляции (8.10):

$$\tau(T_f) = \frac{1}{n_X(T_f)} \frac{1}{\langle \sigma_{ann}(T_f) v(T_f) \rangle} = \frac{1}{H(T_f)} \Rightarrow \quad (8.22)$$

$$n_X(T_f) = \frac{H(T_f)}{\langle \sigma_{ann} v \rangle} = \frac{1}{\sigma_0} \frac{T_f^2}{M_{Pl}^*} \quad (8.23)$$

Настоящее время:

$$n_X(t_0) = \left(\frac{a(t_f)}{a(t_0)} \right)^3 n_X(T_f) \quad (8.24)$$

$$sa^3 = \text{const} \Rightarrow s \sim \frac{1}{a^3} \Rightarrow \quad (8.25)$$

$$n_X(t_0) = \frac{s_0}{s(t_f)} n_X(t_f) \quad (8.26)$$

$$s_0 = \frac{4\pi}{90} (2T_\gamma^3 + \frac{7}{8} 2 \cdot 3 \cdot T_\nu^3) \approx 2.8 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3} \quad (8.27)$$

$$s(t_f) = g_*(t_f) \frac{4\pi^2}{90} T_f^3 \Rightarrow \quad (8.28)$$

$$n_X(t_0) = \frac{s_0}{s(t_f)} \frac{1}{\sigma_0 M_{Pl}^*} = \left\langle M_{Pl}^* = \frac{M_{Pl}}{1.66 \sqrt{g_*(t_f)}} \right\rangle =$$

$$= \frac{1}{\sigma_0} \frac{s_0}{\sqrt{g_*(t_f)} T_f M_{Pl} \left(\frac{4\pi^2}{1.66 \cdot 90} \right)} = 3.8 \frac{s_0}{T_f \sigma_0 M_{Pl} \sqrt{g_*(t_f)}} \quad (8.29)$$

$$n_X(t_0) = 3.8 \frac{s_0}{T_f \sigma_0 M_{Pl} \sqrt{g_*(t_f)}} \quad (8.30)$$

Найдем Ω_X . Подставляя в (8.30) T_f из (8.21):

$$T_f = \frac{M_X}{\ln \left[\frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \right]} \Rightarrow \quad (8.31)$$

$$\Omega_X = 2 \cdot \frac{M_X n_X(t_0)}{\rho_c} = \setminus 2 - \text{из } X + \bar{X} \setminus =$$

$$= \setminus s_0 = 2.8 \cdot 10^3 \text{ см}^{-3}; M_{Pl} = 1.2 \cdot 10^{19} \text{ ГэВ};$$

$$\rho_c = 1.88 \cdot 10^{-29} h^2 \frac{\Gamma}{\text{см}^2} \setminus =$$

$$= \frac{3 \cdot 10^{-10}}{(\sigma_0 / \Gamma \text{ЭВ}^{-2}) \sqrt{g_*(t_f)}} \ln \left[\frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \right] \frac{1}{2h^2} \star \quad (8.32)$$

Уравнение (8.32) перепишем как уравнение для σ_0 :

$$\sigma_0 = \frac{1}{\Omega_X} \times \frac{3 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{g_*(t_f)}} \ln \left[\frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \right] \frac{1}{2h^2} \quad (8.33)$$

$\Omega_X = 0.26$ – известно.

$g_* = 10 \div 100$ – в зависимости от T_f

Как же найти численную величину σ_0 , если ни M_X , ни g_* точно не известны?

(8.33) решается методом итераций (4 итерации дают 6 значащих цифр):

$$M_X = 1 \text{ ГэВ} \Rightarrow \sigma_0 = (0.76 \div 2.5) \cdot 10^{-8} \text{ ГэВ}^{-2}$$

$$M_X = 100 \text{ ГэВ} \Rightarrow \sigma_0 = (0.82 \div 2.7) \cdot 10^{-8} \text{ ГэВ}^{-2}$$

$$M_X = 10 \text{ ТэВ} \Rightarrow \sigma_0 = (0.88 \div 2.9) \cdot 10^{-8} \text{ ГэВ}^{-2} \quad (8.34)$$

$$\sigma_0 \sim a^2 \sim \frac{1}{M_X^2} \Rightarrow M_X \sim \frac{1}{\sqrt{\sigma_0}} \sim 10 \text{ ТэВ} \quad (8.35)$$

\Rightarrow Тяжелая частица. Тяжелая частица со слабым взаимодействием – WIMP.

В современную эпоху, для астофизических n_X :

$$\tau_{ann} = \frac{1}{n_X} \frac{1}{\langle \sigma_{ann} v \rangle} \quad (8.36)$$

$$r_{ann} = \frac{1}{\tau_{ann}} \times n_X = n_X^2 \langle \sigma_{ann} v \rangle \quad (8.37)$$

$$\langle \sigma_{ann} v \rangle = \sigma_0 \sim 10^{-8} \text{ ГэВ}^{-2} \quad (8.38)$$

Это значение используется для вычисления сигнала аннигиляции темной материи в современных условиях.

n_X зависит от того, куда смотрим: внутренние области Галактики, внешние области, каспы и т.д.

Физика космических лучей и гамма-астрономия:

- Поиск гамма-линии аннигиляции частиц темной материи в спектрах космического гамма-излучения (десятки - сотни ГэВ).
- Поиск продуктов распада частиц темной материи (позитроны, антипротоны, гамма)
- Проблема избытка позитронов в космических лучах.

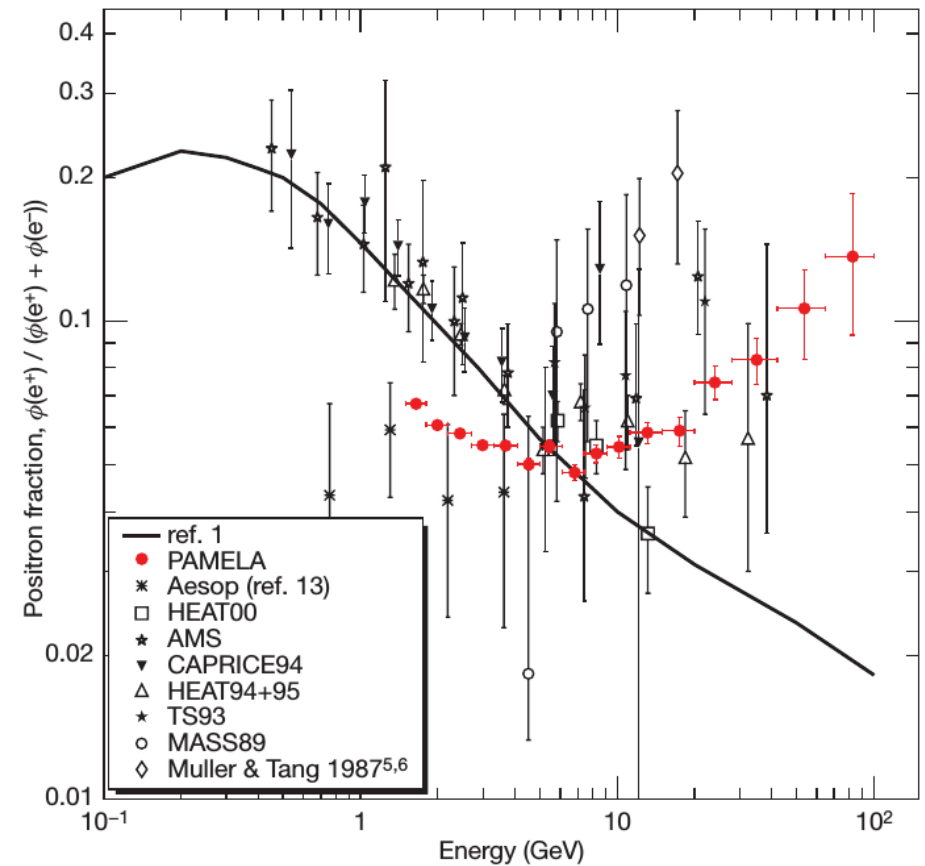


Figure 2 | PAMELA positron fraction with other experimental data and with secondary production model. The positron fraction measured by the PAMELA experiment compared with other recent experimental data (see refs 5–7, 11–13, 30, and references within). The solid line shows a calculation¹ for pure secondary production of positrons during the propagation of cosmic rays in the Galaxy without reacceleration processes. Error bars show 1 s.d.; if not visible, they lie inside the data points.

Nature, V. 458 (2009), P.607-609

Сечения (8.38) на 2-3 порядка не хватает, чтобы объяснить наблюдаемый поток позитронов в космических лучах \Rightarrow нужен «буст-фактор» $100 \div 1000$.

Рекомбинация электронов и последнее рассеяние фотонов

Температура рекомбинации

Энергия связи электрона в водороде 13.6 эВ.
Температура рекомбинации масштаба 13 эВ?

- Предполагаем, что все ядра – протоны.
- Предполагаем, что рекомбинация идет равновесно.
- $T \sim 10$ эВ $\Rightarrow p^+$ и e^- – нерелятивистские

$$n_e = g_e \left(\frac{m_e T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_e - m_e)/T}; \quad g_e = 2 \quad (8.39)$$

$$n_p = g_p \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T}; \quad g_p = 2 \quad (8.40)$$

$$n_H = g_H \left(\frac{m_H T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_H - m_H)/T}; \quad g_H = 4 \quad (8.41)$$

1. Температура рекомбинации определяется условием:

$$\boxed{n_p(T_r) = n_H(T_r)} \quad (8.42)$$

Это одно уравнение, но неизвестных 4:

T_r, μ_e, μ_p, μ_H

Нужно еще 3 уравнения.

2. Сохранение n_B :

$$n_p + n_H = n_B = \eta_B n_\gamma(T) \quad (8.43)$$

$$\eta_B \approx (6.1 \times 0.75) \cdot 10^{-10} \quad (8.44)$$

$$n_\gamma(T) = 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \Rightarrow \quad (8.45)$$

$$n_p + n_H = 6.1 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \quad (8.46)$$

3. Химическое равновесие:

$$\mu_p + \mu_e = \mu_H \quad [p + e \leftrightarrow H + \gamma] \quad (8.47)$$

4. Электронейтральность (сохранение заряда)

$$n_p = n_e \quad (8.48)$$

Решение

$$n_p n_e = g_p g_e \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \left(\frac{m_e T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p + \mu_e - m_p - m_e)/T} \quad (8.49)$$

$$m_p + m_e = m_H + \Delta_H, \quad \Delta_H = 13.6 \text{ эВ} \quad (8.50)$$

(8.48), (8.47) \Rightarrow

$$n_p^2 = g_p g_e \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \left(\frac{m_e T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_H - m_H)/T} e^{-\Delta_H/T} \quad (8.51)$$

Из (8.41):

$$e^{(\mu_H - m_H)/T} = \frac{n_H}{g_H \left(\frac{m_H T}{2\pi} \right)^{3/2}} \Rightarrow \quad (8.52)$$

$$n_p^2 = \left(\frac{m_e T}{2\pi} \right)^{3/2} n_H e^{-\Delta_H/T} \quad (8.53)$$

К форме Саха:

$$X_p = \frac{n_p}{n_B}, \quad X_H = \frac{n_H}{n_B}, \quad X_p + X_H = 1 \quad (8.54)$$

Из (8.53)

$$X_p^2 \left(\frac{2\pi}{m_e T} \right)^{3/2} e^{\Delta_H/T} = X_H \frac{1}{n_B} = (1 - X_p) \frac{1}{n_B} \Rightarrow \quad (8.55)$$

$$X_p + n_B X_p^2 \left(\frac{2\pi}{m_e T} \right)^{3/2} e^{\Delta_H/T} = 1 \quad (8.56)$$

$$n_B = \eta_B \cdot 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \quad (8.57)$$

$$X_p + \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} X_p^2 \eta_B \left(\frac{2\pi T}{m_e} \right)^{3/2} e^{\Delta_H/T} = 1 \quad (8.58)$$

$X_p = 0.5 \Rightarrow$

$$\frac{\zeta(3)}{\pi^2} \eta_B \left(\frac{2\pi T}{m_e} \right)^{3/2} e^{\Delta_H/T} = 1 \quad (8.59)$$

Малый множитель:

$$\eta_B \left(\frac{2\pi T}{m_e} \right)^{3/2} \sim 10^{-17} \Rightarrow \quad (8.60)$$

сразу видно, что $T_r \ll \Delta_H$.

Уравнение приводится к виду $x = \ln(Ax^\alpha)$:

$$\frac{\Delta_H}{T} = \ln \left[\frac{\sqrt{\pi}}{\zeta(3)\eta_B 2\sqrt{2}} \left(\frac{m_e}{\Delta_H} \right)^{3/2} \left(\frac{\Delta_H}{T} \right)^{3/2} \right] \quad (8.61)$$

В логарифмическом порядке (первая итерация):

$$T_{rec}^{(1)} = 0.37 \text{ эВ} \quad (8.62)$$

Точное решение (метод итераций)

$$\boxed{T_{rec} = 0.321 \text{ эВ}} \quad (8.63)$$

Когда?

Красное смещение:

$$T(t) = T_0 \frac{a_0}{a(t)} = T_0(z+1) \Rightarrow \quad (8.64)$$

$$z_{rec} = \frac{T}{T_0} - 1 \approx 1370 \quad (8.65)$$

Красное смещение РД-ДМ перехода

$$z \approx 3 \cdot 10^3 \Rightarrow \quad (8.66)$$

Рекомбинация происходит на ДМ- (пылевидной) стадии.

$$t = \frac{2}{3H} \quad (8.67)$$

$$H^2 = \frac{8\pi}{3} G \rho \quad (\text{общее уравнение Фридмана}) \quad (8.68)$$

$$t_{rec} = \sqrt{\frac{1}{6\pi G \rho_M(t_{rec})}} = \sqrt{\frac{M_{Pl}^2}{6\pi \rho_M(T_{rec})}} \quad (8.69)$$

$$\begin{aligned}\rho_M(T_{rec}) &= \rho_B + \rho_{CDM} = \frac{\rho_B + \rho_{CDM}}{\rho_c} \frac{\rho_c}{\rho_B} \cdot \rho_B = \\ &= \frac{\Omega_M}{\Omega_B} \rho_B = \frac{\Omega_M}{\Omega_B} m_p n_B(T_{rec}) = \frac{\Omega_M}{\Omega_B} m_p \eta_B n_\gamma(T_{rec}) = \\ &= \frac{\Omega_M}{\Omega_B} m_p \eta_B \cdot 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T_{rec}^3 \Rightarrow \quad (8.70)\end{aligned}$$

(Здесь снова $\eta_B = 6.1 \cdot 10^{-10}$)

$$t_{rec} = \sqrt{\frac{\pi}{12\zeta(3)} \frac{\Omega_B}{\Omega_M} \frac{M_{Pl}^2}{\eta_B m_p T_{rec}^3}} \approx 350 \text{ тыс. лет} \quad (8.71)$$

Каковы были химические потенциалы μ_p, μ_H, μ_e на момент рекомбинации?

$$\begin{cases} g_p \left(\frac{m_p T_{rec}}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T_{rec}} = g_H \left(\frac{m_H T_{rec}}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_H - m_H)/T_{rec}} \\ g_p \left(\frac{m_p T_{rec}}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T_{rec}} = g_e \left(\frac{m_e T_{rec}}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_e - m_e)/T_{rec}} \\ \mu_p + \mu_e = \mu_H \end{cases} \quad (8.72)$$

Решение ★:

$$\mu_p = m_p - \Delta_H + T_{rec} \ln \left[\frac{1}{2} \left(\frac{m_e}{m_H} \right)^{3/2} \right] \quad (8.73)$$

$$\mu_e = m_e - \Delta_H + T_{rec} \ln \left[\frac{1}{2} \left(\frac{m_p}{m_H} \right)^{3/2} \right] \quad (8.74)$$

$$\mu_H = m_H - \Delta_H + T_{rec} \ln \left[\frac{1}{4} \left(\frac{m_e}{m_p} \right)^{3/2} \right] \quad (8.75)$$

Во всех случаях

$$\mu_i = m_i - \delta\mu_i; \quad \delta\mu_i \ll m_i \quad (8.76)$$

Каков хим. потенциал атомов водорода сейчас?

$$\begin{aligned}n_H &\approx \eta_B n_\gamma = \eta_B \cdot 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T_0^3 = \\ &= g_H \left(\frac{m_H T_0}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_H - m_H)/T_0} \quad (8.77)\end{aligned}$$

$$e^{(\mu_H - m_H)/T_0} = \setminus g_H = 4 \setminus = \frac{1}{2} \eta_B \frac{\zeta(3)}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2T_0}{m_H} \right)^{3/2} \Rightarrow \quad (8.78)$$

$$\begin{aligned}\mu_H &= m_H + T_0 \ln \left[\frac{1}{2} \eta_B \frac{\zeta(3)}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2T_0}{m_H} \right)^{3/2} \right] = \\ &= m_H - \delta\mu_H^0; \quad \delta\mu_H^0 = 1.5 \cdot 10^{-11} \text{ ГэВ} \quad (8.79)\end{aligned}$$

Длительность рекомбинации

Диапазон температур, когда $\exp(\Delta_H/T)$ отличается от $\exp(\Delta_H/T_{rec})$ в e раз:

$$\left| \frac{\Delta_H}{T \pm \Delta T} - \frac{\Delta_H}{T_{rec}} \right| = 1 \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_{rec}} \approx \frac{T_{rec}}{\Delta_H} = \frac{0.32}{13.6} \approx 0.02 \quad (8.80)$$

$$T = \frac{\text{const}}{a} \Rightarrow \frac{\Delta a}{a_{rec}} = \frac{\Delta T}{T_{rec}} = 0.02 \ll 1 \quad (8.81)$$

Время рекомбинации много меньше хаббловского времени.

Последнее рассеяние фотонов (закалка фотонов)

Не то же самое, что рекомбинация – позже!

Томсоновское сечение рассеяния фотонов:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \frac{\alpha^2}{m_e^2} \approx 0.67 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 \quad (8.82)$$

Время свободного пробега фотона по отношению к томсоновскому рассеянию:

$$\tau_\gamma = \frac{1}{\sigma_T n_e(T)} \quad (8.83)$$

Из (8.53):

$$\begin{aligned} n_e^2(T) &= n_p^2(T) = \left(\frac{m_e T}{2\pi} \right)^{3/2} n_H e^{-\Delta_H/T} = \\ &= \sqrt{n_H} \cong \eta_B \cdot n_\gamma \text{ т.к. рекомбинация} \\ &\text{практически завершена} \backslash = \\ &= \left(\frac{m_e T}{2\pi} \right)^{3/2} \eta_B \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} T^3 e^{-\Delta_H/T} \quad (8.84) \end{aligned}$$

Время последнего рассеяния определяется

$$\tau_\gamma(T_f) \simeq \frac{1}{H(T_f)} \simeq t_f \quad (8.85)$$

t_f мало отличается от $t_{rec} = 350$ тыс. лет, поэтому для оценки T_f можно в правой части уравнения использовать t_{rec} вместо t_f :

$$\frac{1}{\sigma_T} \frac{1}{\left[\left(\frac{m_e T_f}{2\pi} \right)^{3/2} \eta_B \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} T_f^3 e^{-\Delta_H/T_f} \right]^{1/2}} = t_{rec} \quad (8.86)$$

$$e^{\Delta_H/T_f} = \sigma_T^2 t_{rec}^2 \left(\frac{m_e T_f}{2\pi} \right)^{3/2} \eta_B \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} T_f^3 \quad (8.87)$$

$$\frac{\Delta_H}{T_f} = \ln \left[\sigma_T^2 t_{rec}^2 \left(\frac{m_e T_f}{2\pi} \right)^{3/2} \eta_B \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} T_f^3 \right] \quad (8.88)$$

В п.ч. $T_f \rightarrow T_{rec} \Rightarrow$

$$\frac{\Delta_H}{T_f} \cong \ln \left[\sigma_T^2 t_{rec}^2 \left(\frac{m_e T_{rec}}{2\pi} \right)^{3/2} \eta_B \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} T_{rec}^3 \right] \quad (8.89)$$

$$T_{rec} = 0.32 \text{ эВ} \quad (8.90)$$

$$\eta_B = (0.75 \times 6.1) \cdot 10^{-10} \quad (8.91)$$

$$t_{rec} = 3.5 \cdot 10^5 \text{ лет} \Rightarrow \quad (8.92)$$

$$\boxed{T_f = 0.27 \text{ эВ}} \quad (8.93)$$

Аналогично (8.71)

$$t_f = \sqrt{\frac{\pi}{12\zeta(3)} \frac{\Omega_B}{\Omega_M} \frac{M_{Pl}^2}{\eta_B m_p T_f^3}} \approx 460 \text{ тыс. лет} \quad (8.94)$$

$$z_f = \frac{0.27 \text{ эВ}}{2.73 \times 8.6 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}} = 1140 \approx 1100 \quad (8.95)$$

Горизонт на момент последнего рассеяния
($z \approx 1100$)

Момент последнего рассеяния обычно отождествляют с рекомбинацией: $f \rightarrow r$

Можно (довольно грубо) найти, считая, что Вселенная всегда была пылевидной:

$$l_{H,r} = \frac{2}{H_r(t_r)} \quad (8.96)$$

Из уравнения Фридмана:

$$H_r^2 = \frac{8\pi}{3} G \rho_M(t_r) \quad (8.97)$$

$$\rho_M(t_r) = \rho_{M,0} \left(\frac{a_0}{a_r} \right)^3 = \rho_{M,0} (1 + z_r)^3 \quad (8.98)$$

$$\rho_{M,0} = \rho_c \Omega_M \quad (8.99)$$

$$\begin{aligned} l_{H,r} &= \frac{2}{\sqrt{\frac{8\pi}{3} G \rho_c \Omega_M (1 + z_r)^3}} = \sqrt{\rho_c} = \frac{H_0^2}{\frac{8\pi}{3} G} = \\ &= \frac{2}{H_0 \sqrt{\Omega_M}} \frac{1}{(1 + z_r)^{3/2}} \quad (8.100) \end{aligned}$$

$$\boxed{l_{H,r} = \frac{2}{H_0 \sqrt{\Omega_M}} \frac{1}{(1 + z_r)^{3/2}}} \quad (8.101)$$

Сейчас этот размер растянут в $a_0/a_r = 1 + z_r$ раз:

$$l_{H,r}(t_0) = \frac{2}{H_0} \frac{1}{\sqrt{\Omega_M(1+z_r)}} \quad (8.102)$$

Современный горизонт:

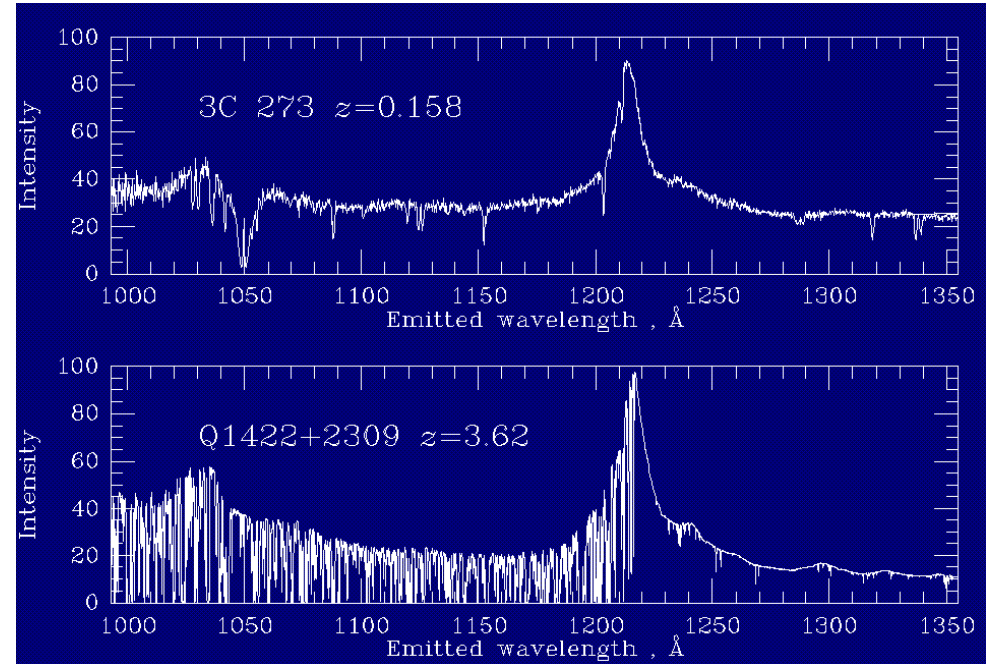
$$l_{H,0} = a_0 \int_0^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = a_0 \int_0^{t_0} \frac{dt}{a_0 \left(\frac{\Omega_M}{\Omega_\Lambda}\right)^{1/3} \left[\text{sh}\left(\frac{3}{2}\sqrt{\Omega_\Lambda H_0 t}\right)\right]^{2/3}} = \frac{2}{H_0} \times 1.8 \quad (8.103)$$

Это в ~ 30 раз больше, чем $l_{H,r}(t_0)$ – видимая часть Вселенной содержит $\sim 3 \cdot 10^4$ причинно не связанных областей на момент рекомбинации.

Отчего же микроволновой фон однороден с точностью $\sim 10^{-4}$ везде? – «**проблема горизонта**».

Эпоха реионизации

Лайман-альфа-лес (Lyman-alpha forest) в спектрах квазаров



Основной пик – Ly_α , Линии поглощения - тоже Ly_α



- Ly_α -линия поглощения сдвинутая разным красным смещением облаков водорода.
- Чем дальше квазар, тем гуще лес.
- При $z > 6$ густота леса перестает расти. Почему?
- Куда делся водород, который создает линию поглощения Ly_α , при $z > 6$?

- Водород был ионизован!
- Реионизация водорода светом первых звезд (звездное население III типа),
 $6 < z < 20$, $150 \cdot 10^6 - 1000 \cdot 10^6$ лет.
- Остаточная оптическая толщина $\tau \simeq 0.09 \pm 0.03$

Краткая история Вселенной (13.8 млрд. лет)

Событие	T	z	t
Горячий Большой взрыв	—	—	0
GUT-переход (?)	$\sim 10^{16}$ ГэВ	$\sim 10^{30}$	$\sim 10^{-39}$ сек
Бариогенезис (?)	$\sim 10^{16}$ ГэВ	$\sim 10^{30}$	$\sim 10^{-39}$ сек
Электрослабый переход	100 ГэВ	10^{15}	10^{-11} сек
Закалка темной материи (?)	$0.05 \div 300$ ГэВ	$10^{11} \div 10^{15}$	$2 \cdot 10^{-12} \div 10^{-4}$ сек
Адронизация: конфайнмент кварков	170 МэВ	$7 \cdot 10^{11}$	10^{-5} сек
Закалка нейтрино	1.5 МэВ	$5 \cdot 10^9$	0.3 сек
Закалка нейтронов	0.75 МэВ	$3 \cdot 10^9$	1.2 сек
Нуклеосинтез	65 кэВ	$3 \cdot 10^9$	4.5 мин

Событие	T	z	t
РД \rightarrow МД переход	1 эВ	3000	120 тыс. лет
Рекомбинация электронов	0.32 эВ	1370	350 тыс. лет
Последнее рассеяние фотонов	0.27 эВ	1140	460 тыс. лет
Реионизация	$50 \div 15$ К $^\circ$	$20 \div 6$	$150 \div 1000$ млн.лет
Начало эры ДеСиттера	4.5 К $^\circ$	0.65	7.6 млрд.лет
Сейчас	2.73 К $^\circ$	0.0	13.8 млрд.лет