Лекция 15

Модели инфляции. Вечная хаотическая инфляция. Мультиверс. Иерархия и типы мультиверсов.

Условия медленного скатывания в виде условий на потенциал скалярного поля.

Условия медленного скатывания:

$$(14.69): \quad \frac{\dot{\varphi}^2}{2V(\varphi)} \ll 1 - \text{из ТЭИ}$$

$$(14.70): \quad \frac{\ddot{\varphi}}{3H\dot{\varphi}} \ll 1 - \text{из ур. движения}$$

$$(14.72)\ \dot{\varphi} = -\frac{1}{3H} V'(\varphi)$$

$$(14.73)\ H = \frac{1}{M_{Pl}} \left(\frac{8\pi}{3} V(\varphi) \right)^{1/2}$$

Условия (14.69) и (14.70) переформулируем в виде условий на потенциал V.

(14.73) подставляем в (14.72), получаем

$$\dot{\varphi} = -\frac{M_{Pl}}{(24\pi)^{1/2}} \frac{V'}{V^{1/2}} \tag{15.1}$$

Подставляем это $\dot{\varphi}$ в (14.69):

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2V(\varphi)} = \frac{M_{Pl}^2}{48\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \tag{15.2}$$

Теперь используем (14.70).

Из (15.1):

$$\ddot{\varphi} = -\frac{M_{Pl}}{(24\pi)^{1/2}} \left(\frac{V''}{V^{1/2}} - \frac{1}{2} \frac{V'^2}{V^{3/2}} \right) \dot{\varphi} =$$

$$= \Big\backslash (14.73) \Rightarrow V^{1/2} = H M_{Pl} \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{1/2} \Big\backslash =$$

$$= -\frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \left[\frac{V''}{V} - \frac{1}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \right] H\dot{\varphi} \tag{15.3}$$

(15.2) и (15.3) подставляем в (14.70):

$$\frac{\ddot{\varphi}}{3H\dot{\varphi}} = -\frac{M_{Pl}^2}{24\pi} \frac{V''}{V} + \frac{M_{Pl}^2}{48\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \frac{M_{Pl}^2}{24\pi} \frac{V''}{V} \right| \ll 1 \tag{15.4}$$

(15.2) и (15.4) – два условия на потенциалы, которые следуют из двух условий (14.69) и (14.70)

Два параметра медленного скатывания:

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \tag{15.5}$$

$$\eta = \frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \frac{V''}{V} \ll 1 \tag{15.6}$$

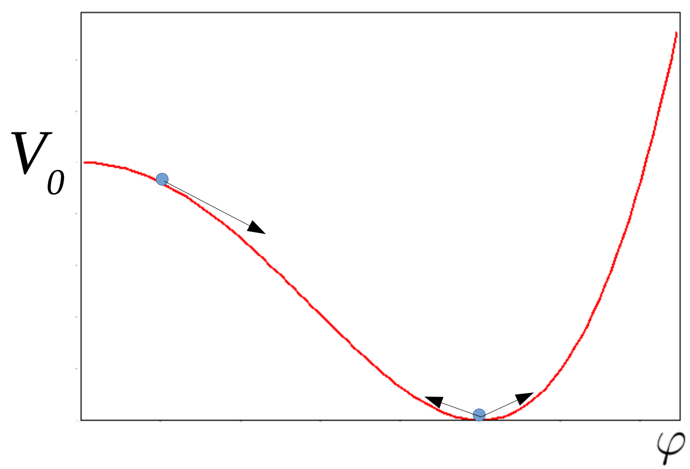
Условие (естественного!) медленного скатывания:

$$\varepsilon \ll 1, \ \eta \ll 1 \tag{15.7}$$

(14.69), (14.70) однозначно выражаются через ε, η:

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2V} = \frac{\varepsilon}{3}, \ \frac{\ddot{\varphi}}{3H\dot{\varphi}} = \frac{1}{3}(\varepsilon - \eta) \tag{15.8}$$

Новая инфляция (Андрей Линде, 1982).
Инфляция в малом поле.



- Хиггс-подобный потенциал
- Поле застревает влизи нуля, запускает инфляцию, когда скатывается вниз инфляция прекращается,
осцилляции рождают частицы $\Rightarrow$ горячий взрыв $\Rightarrow$ решение проблемы энтропии.

Подробный пример (популярная модель):

Поле *вблизи нуля*

$$V(\varphi) = V_0 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \; (\lambda - \text{безразмерно!}) \tag{15.9}$$

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi}\frac{\lambda^2\varphi^6}{V_0^2} \tag{15.10}$$

$$\eta = -\frac{M_{Pl}^2}{8\pi}\frac{3\lambda\varphi^2}{V_0} \tag{15.11}$$

Малое поле φ обеспечивает медленное скатывание. Почему начальное поле может быть мало?

- $\varphi = 0$ получается естественным образом, если в начальной горячей (возможно неоднородной) Вселенной эффективный потенциал имеет минимум в нуле.
- Начальная горячая Вселенная расширяется, и потенциал переходит в 0-температурный, запуская инфляцию.

Специальный случай: медленное скатывание заканчивается при небольшом значении поля
(за счет выхода на крутой участок)

$$\lambda\varphi_E^4 \ll V_0 \tag{15.12}$$

(противоположный случай напоминает другой сценарий – хаотической инфляции)

При выполнении (15.12):

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi}\frac{\lambda\varphi^2}{V_0} \times \frac{\lambda\varphi^4}{V_0} \ll |\eta| \tag{15.13}$$

поэтому конец инфляции определяется условием $|\eta| \sim 1$:

$$|\eta_E| = \frac{M_{Pl}^2}{8\pi}\frac{3\lambda\varphi_E^2}{V_0} \sim 1 \Rightarrow \tag{15.14}$$

$$\varphi_E^2 \sim \frac{V_0}{3\lambda}\frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \Rightarrow \tag{15.15}$$

$$\lambda\varphi_E^4 \ll V_0 \Rightarrow \lambda\left(\frac{V_0}{3\lambda}\frac{8\pi}{M_{Pl}^2}\right)^2 \ll V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_0}{M_{Pl}^4} \ll \left(\frac{3}{8\pi}\right)^2 \lambda \Rightarrow V_0 \ll \left(\frac{3}{8\pi}\right)^2 \lambda M_{Pl}^4 \quad (15.16)$$

– это условия сценария новой инфляции при малых полях.

• Правильный масштаб возмущений получается при $\lambda \sim 10^{-13}$.

• Поля планковского масштаба не нужны!

Температура разогрева

Предполагая, что почти вся плотность энергии $\sim V_0$ переходит в тепло:

$$g_* T_{reh}^4 \lesssim V_0 \ll \left(\frac{3}{8\pi}\right)^2 \lambda M_{Pl}^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{reh} \ll \left[\frac{\left(\frac{3}{8\pi}\right)^2 \lambda}{g_*}\right]^{1/4} M_{Pl} \sim 10^{-3} M_{Pl} \quad (15.17)$$

– без подгонки параметров температура не слишком высока (в частности, монополи не рождаются).

Число e-фолдингов, для начала инфляции с поля φ

$$N_E(\varphi) = \ln\frac{a_E}{a(\varphi)} \quad (15.18)$$

$$\frac{\dot a}{a} = H(t) \Rightarrow d\ln a = H(t)dt \Rightarrow N_E(\varphi) = \int_{t_\varphi}^{t_E} H(t)dt \quad (15.19)$$

Из уравнений медленного скатывания (14.72), (14.73)

$$\dot\varphi = -\frac{1}{3H}V'(\varphi) \quad (15.20)$$

$$H = \frac{1}{M_{Pl}}\left(\frac{8\pi}{3}V(\varphi)\right)^{1/2} \quad (15.21)$$

получаем

$$N_E(\varphi) =$$

$$= \Big\backslash \varphi \text{ как часы}: \ t \to \varphi(t),\ d\varphi = \dot\varphi dt,\ dt = \frac{d\varphi}{\dot\varphi} \Big\backslash =$$

$$= \int_\varphi^{\varphi_E} H(\varphi)\frac{d\varphi}{\dot\varphi} = \backslash(15.20),(15.21)\ \bigstar\backslash =$$

$$= \frac{8\pi}{M_{Pl}^2}\int_{\varphi_E}^{\varphi}\frac{V}{V'}d\varphi \quad (15.22)$$

$$\boxed{N_E(\varphi) = \frac{8\pi}{M_{Pl}^2}\int_{\varphi_E}^{\varphi}\frac{V}{V'}d\varphi} \quad (15.23)$$

Для «новой инфляции»:

$$N_E(\varphi) = \frac{8\pi}{M_{Pl}^2}\left[\frac{\varphi^2}{2}\frac{V_0}{\varphi^4}\Big|_{\varphi_E}^{\varphi} + \frac{1}{4}\frac{\varphi^2}{2}\Big|_{\varphi_E}^{\varphi}\right] =$$

$$= \Big\backslash \frac{V_0}{\lambda\varphi_E^4} \gg 1, \frac{V_0}{\lambda\varphi_E^4} \gg 1 \Rightarrow \frac{1}{4}\frac{\varphi^2}{2}\Big|_{\varphi_E}^{\varphi} \to 0 \Big\backslash \simeq$$

$$\simeq \frac{4\pi}{M_{Pl}^2}\frac{V_0}{\lambda}\frac{1}{\varphi^2} - \frac{4\pi}{M_{Pl}^2}\frac{V_0}{\lambda}\frac{1}{\varphi_E^2} \simeq \frac{4\pi}{M_{Pl}^2}\frac{V_0}{\lambda}\frac{1}{\varphi^2} \quad (15.24)$$

$$N_E(\varphi) = \frac{4\pi}{M_{Pl}^2}\frac{V_0}{\lambda}\frac{1}{\varphi^2} \Rightarrow N_E^{(tot)} = \frac{4\pi V_0}{\lambda M_{Pl}^2 \varphi_i^2} \quad (15.25)$$

Как оценить порядок?

На протяжении инфляции (из (14.73) или (15.21))

$$H = \frac{1}{M_{Pl}}\left(\frac{8\pi V}{3}\right)^{1/2} \approx \frac{1}{M_{Pl}}\left(\frac{8\pi V_0}{3}\right)^{1/2} \quad (15.26)$$

– меняется мало.

Если φ_i имеет порядок квантовой флуктуации φ:

$$\varphi_i \sim \delta\varphi \sim H \quad (15.27)$$

тогда в (15.25)

$$\varphi_i^2 \sim \frac{1}{M_{Pl}^2}\frac{8\pi V_0}{3} \quad (15.28)$$

Подставляем и получаем

$$N_E^{(tot)} \approx \frac{3}{2\lambda} \sim 10^{13} \quad (15.29)$$

а нужно всего $N_E^{(tot)} \sim 60 \div 100$.

Вселенная раздувается в $\sim 10^{10^{13}}$ раз – «инфляционно большое число».
Видимая Вселенная – крошечный кусочек инфляционного пузыря.

• Проблема сценария «новой инфляции» – противоестественное значение $\lambda \sim 10^{-13}$ – очень мало, и не появляется естественным образом в GUT.

Сценарий хаотической инфляции Андрея Линде

Инфляция в сильном поле

Насколько сильно условия (15.5), (15.6)

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi}\left(\frac{V'}{V}\right)^2 \ll 1 \quad (15.30)$$

$$\eta = \frac{M_{Pl}^2}{8\pi}\frac{V''}{V} \ll 1 \quad (15.31)$$

ограничивают вид потенциала?

Рассмотрим потенциалы

$$V = g\varphi^n \quad (15.32)$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{n}{\varphi} \quad (15.33)$$

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi}\frac{n^2}{\varphi} \ll 1 \Rightarrow \varphi \gg M_{Pl}\frac{n}{4\pi} \quad (15.34)$$

$$\frac{V''}{V} = \frac{n(n-1)}{\varphi} \quad (15.35)$$

$$\eta = \frac{M_{Pl}^2}{8\pi}\frac{n(n-1)}{\varphi^2} \ll 1 \Rightarrow \varphi \gg M_{Pl}\sqrt{\frac{n(n-1)}{8\pi}} \quad (15.36)$$

• При не слишком больших n режим медленного скатывания автоматически реализуется для

$$\varphi \gg M_{Pl} \quad (15.37)$$

Не противоречит ли такое значение поля условиям применимости классической гравитации?

Уловие классичности:

$$V(\varphi) \ll M_{Pl}^4 \tag{15.38}$$

$$V(\varphi) = g\varphi^n \ll M_{Pl}^4 \Rightarrow \varphi \ll \left(\frac{M_{Pl}^4}{g}\right)^{1/n} \tag{15.39}$$

Нужно обеспечить:

$$M_{Pl} \ll \varphi \ll \left(\frac{M_{Pl}^4}{g}\right)^{1/n} \tag{15.40}$$

Это можно получить за счет малой постоянной g (в планковских единицах)
[что согласуется с получением реалистичных амплитуд начальных возмущений и не вызывает отторжения в КТП]

Примеры

$$V_2(\varphi) = \frac{m^2}{2}\varphi^2 \tag{15.41}$$

$$\left(\frac{M_{pl}^4}{m^2/2}\right)^{1/2} \gg M_{Pl} \Rightarrow m \ll M_{Pl} \tag{15.42}$$

$$V_4(\varphi) = \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \tag{15.43}$$

$$\left(\frac{M_{Pl}^4}{\lambda/4}\right)^{1/4} \gg M_{Pl} \Rightarrow \lambda \ll 1 \tag{15.44}$$

Начало инфляции

- Хаотические начальные условия:
  Вселенная неоднорордна на всех масштабах вплоть до планковского – радиусы кривизны $\sim M_{Pl}^{-1} = l_{Pl}$, $\rho \sim M_{Pl}^4$.
- Имеется инфлатон со степенным потенциалом. Естественными условиями для него являются
$$V = g\varphi^n \sim M_{Pl}^4 \Rightarrow \varphi \sim \left(\frac{M_{Pl}^4}{g}\right)^{1/n} \tag{15.45}$$
- Поле *сильно неоднородно*, поэтому также
$$g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi \sim M_{Pl}^4 \tag{15.46}$$
- Вклад кривизны в уравнение «Фридмана» существенен.
- Вклады кривизны и кинетического члена (15.46) при расширении падают как $1/a^2$, но $V(\varphi)$ меняется медленно («медленное скатывание»).
- В результате случайной «квантовой» флуктуации может возникнуть область чуть больше l_{Pl}, где градиентные члены и вклад кривизны меньше $V(\varphi)$. Она попадает в режим медленного скатывания и начинает раздуваться.
- Инфляция продолжается, пока не нарушается условие $M_{Pl} \ll \varphi$, после чего поле переходит в режим осцилляций и приводит к рождению частиц (разогрев). Нужно взаимодействие φ с другими полями.

Ограничение на начальную температуру.

Вся энергия поля переходит в тепло:

$$\rho \sim g_* T^4 \lesssim V(\varphi \sim M_{Pl}) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow T_{reh} \lesssim T_{max} \sim \left[\frac{V(\varphi \sim M_{Pl})}{g_*}\right]^{1/4} \quad (15.47)$$

Из $V(\varphi) \ll M_{Pl}^4$ (классичность) следует, что $T_{reh} \ll M_{Pl}$ (монополи не рождаются)

Сценарий хаотической инфляции, кратко:

• Предельно ранняя Вселенная заполнена полем инфлатона планковской плотности, что плохо описывается классической физикой и даже наличие гладкого пространства-времени проблематично.
Но никакой начальной сингулярности нет!

• Некоторые кластеры планковского размера раздуваются за счет инфляции в «инфляционные пузыри», и то, что мы наблюдаем малая часть одного из пузырей.
Условие начала инфляции: малый вклад градиентного члена (это случайность) при планковской плотности энергии поля инфлатона (это естественное состояние поля).

Сколько e-фолдингов дает хаотическая инфляция

$N_E(\varphi)$ из (15.23):

$$N_E(\varphi) = \frac{8\pi}{M_{Pl}^2}\int_{\varphi_E}^{\varphi}\frac{V}{V'}\,d\varphi \quad (15.48)$$

Для $V = g\varphi^n$

$$\int_{\varphi_E}^{\varphi}\frac{V}{V'}d\varphi = \frac{1}{2n}(\varphi^2 - \varphi_E^2) = \backslash \varphi \gg \varphi_E \backslash \simeq \frac{1}{2n}\varphi^2 \quad (15.49)$$

$$N_E(\varphi) = \frac{4\pi}{n}\frac{\varphi^2}{M_{Pl}^2} \quad (15.50)$$

Считаем, что в начале инфляции $V(\varphi_i) \sim M_{Pl}^4 \Rightarrow$

$$g\varphi_i^n \sim M_{Pl}^4 \Rightarrow \varphi_i \sim \frac{1}{g^{1/n}} M_{Pl}^{4/n} \Rightarrow \quad (15.51)$$

$$N_E^{(tot)} = N_E(\varphi_i) = \frac{4\pi}{n}\left(\frac{M_{Pl}^{4-n}}{g}\right)^{2/n} \quad (15.52)$$

Примеры

$$n = 2;\ g = \frac{m^2}{2} \Rightarrow N_E^{(tot)} = 4\pi\frac{M_{Pl}^2}{m^2} \quad (15.53)$$

$$n = 4;\ g = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow N_E^{(tot)} = \frac{2\pi}{\sqrt{\lambda}} \quad (15.54)$$

$\delta\rho/\rho \sim 5 \cdot 10^{-5} \Rightarrow$

$$n = 2:\ m \sim 10^{-6} M_{Pl} \Rightarrow N_E^{(tot)} \sim 10^{13} \quad (15.55)$$

$$n = 4:\ \lambda \sim 10^{-13} \Rightarrow N_E^{(tot)} \sim 10^{7} \quad (15.56)$$

Планковский масштаб растягивается инфляцией в $10^{10^{13}}$ или в $10^{10^{7}}$ раз $\Rightarrow$ кривизна нулевая.

Модель Старобинского (1979)

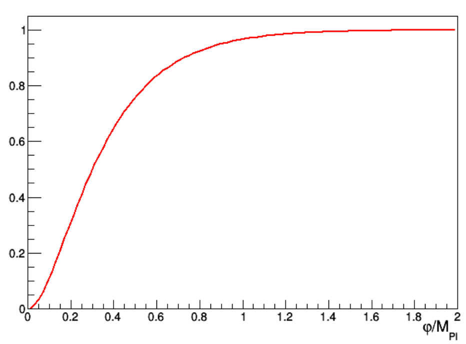
Модель не содержит дополнительных полей, но учитывает квантовые поправки к лагранжиану Гильберта-Эйнштейна:

$$S = -\frac{M_{Pl}^2}{16\pi}\int dx^4\sqrt{-g}\left(R - \frac{R^2}{6M^2}\right) \tag{15.57}$$

M имеет размерность массы, свободный параметр.

Можно показать, что любая теория $f(R)$ эквивалентна обычной теории Эйнштейна со скалярным полем с некоторым потенциалом $V(\varphi)$.
Для теории (15.57):

$$V(\varphi) = \frac{3M^2M_{Pl}^2}{32\pi^2}\left[1 - \exp\left(-\frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}}\frac{\varphi}{M_{Pl}}\right)\right]^2 \tag{15.58}$$



• Модель Старобинского эквивалентна модели хаотической инфляции с инфлатонным полем (15.58)
• Ограничения на скалярно-тензорное отношение $r < 0.07$, согласуются с моделью Старобинского, так как она предсказывает $r \sim 0.001$. [arXiv:1502.02114, arXiv:1807.06211].

Генерация космологических возмущений

• Скалярные возмущения: *усиленные инфляцией* вакуумные флуктуации поля инфлатона.
• Тензорные возмущения: *усиленные инфляцией* вакуумные флуктуации гравитационного поля (метрики).

Количественная теория дает:
- Скалярно/тензорное отношение r
- Спектральные индексы скалярных и тензорных мод возмущений

Инфляционное усиление квантовых флуктуаций поля инфлатона

• Квантовые флуктуации поля инфлатона φ являются гауссовым случайным полем.

• Разложение среднего квадрата отклонения по импульсам (длинам волн), расходящийся интеграл:

$$\langle\varphi^2\rangle = \langle 0|\varphi^2(x)|0\rangle = \int_0^{\cdots}\frac{dq}{\sqrt{q^2+m^2}}\frac{q^2}{8\pi^2} \approx \int_0^{\cdots}\frac{dq}{q}\frac{q^2}{8\pi^2} \tag{15.59}$$

• Спектр мощности квантовых флуктуаций

$$\mathcal{P}_\varphi(q) = \frac{q^2}{8\pi^2} \tag{15.60}$$

• Амплитуда квантовых флуктуаций, по определению

$$\delta\varphi(q) \equiv \sqrt{\mathcal{P}_\varphi(q)} \Rightarrow \delta\varphi(q) = \frac{q}{2\sqrt{2}\pi} \tag{15.61}$$

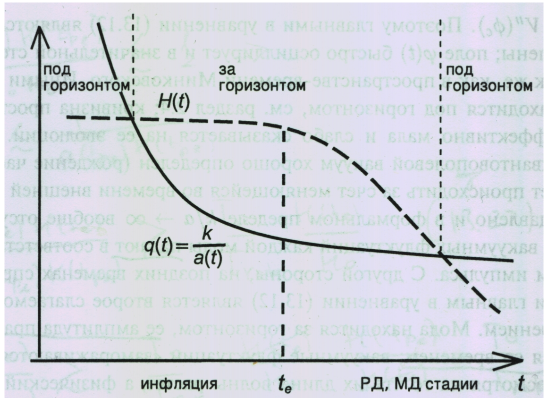
• На фазе горячего взрыва: Расширение с замедлением. Горизонт событий растет быстрее масштабного фактора. ⇒
константные моды входят под горизонт, и начинают осциллировать.

• На фазе инфляции – обратная картина: Расширение с ускорением. Масштабный фактор растет быстрее горизонта. ⇒
короткие вакуумные флуктуации выходят за горизонт и замораживаются ⇒

• Фиксируется большая амплитуда коротких флуктуаций.

• При фиксированной амплитуде длина волны резко увеличивается,
- амплитуда для этой волны становится много больше, чем предписывается формулой (15.61) –
- это есть механизм усиления вакуумных флуктуаций за счет инфляции.

• Эти усиленные флуктуации есть те константные моды, которые дают начальные условия для эволюции возмущений на горячей стадии.



Вечная инфляция и Мультиверс

• Инфляция идет, моды квантовых флуктуаций на стадии инфляции выходят за горизонт и замораживаются.

• Разные вышедшие за горизонт моды несут разные значения поля инфлатона и причинно не связаны между собой.

• Вся область инфляции оказывается разбита на подобласти со своими почти однородными полями инфлатона ⇒ Вселенная в целом сильно неоднородна.

• В некоторых областях инфлатон велик, и там усиливается раздувание.

• В некоторых областях инфлатон мал, там инфляция завершается горячим взрывом.

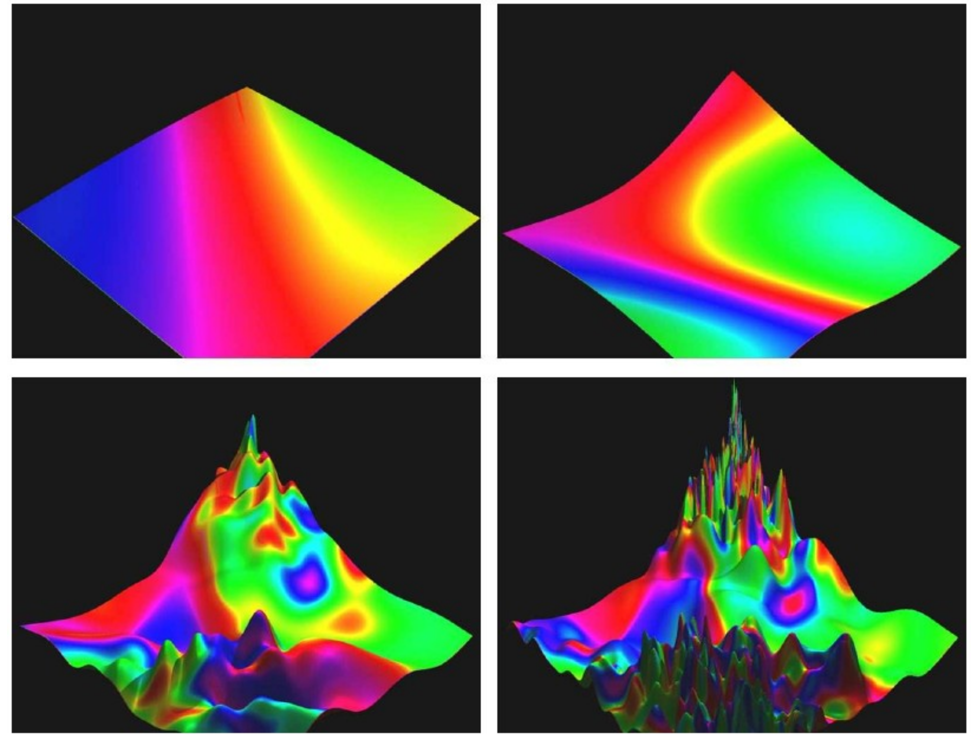
• Там, где инфляция продолжается (инфлатон велик), новые квантовые возмущения выходят за горизонт и т.д.
... ⇒ рекурсия ⇒ Вечная инфляция

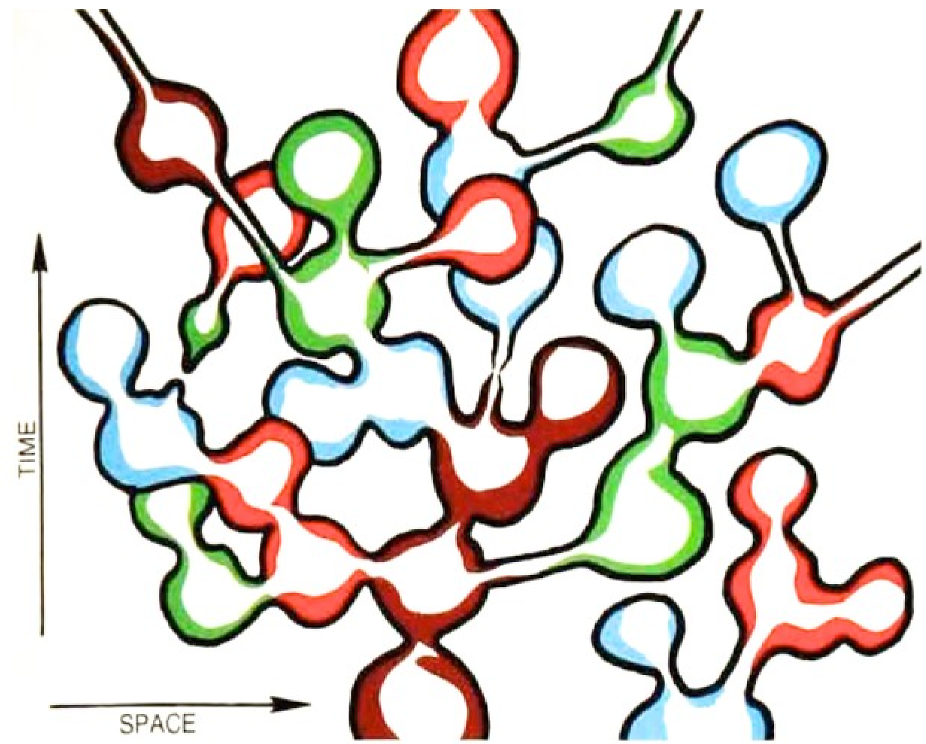
• Инфляция однажды начавшись в начальной хаотической вселенной никогда не заканчивается, и этот сценарий очень общий для разных моделей инфляции.

• Разные области представляют собой независимые «локальные» вселенные. На стадии горячего взрыва симметрии нарушаются случайным образом, поэтому они могут быть по-разному, тогда в разных вселенных будет разная физика. *Мультивёрс* хаотической и вечной инфляции.

• Теория хаотической + вечной инфляции естественно приводит к существованию ансамблей не только разных, но и сколь угодно похожих вселенных, чего требует формализм теории космологических возмущений.

• Еще одна загадка решается: тонкая подгонка фундаментальных констант. Слабый антропный принцип: мы живем в одной из тех немногих вселенных, где спонтанное нарушение симметрий произошло способом, который поддерживает возможность существования мыслящих наблюдателей.





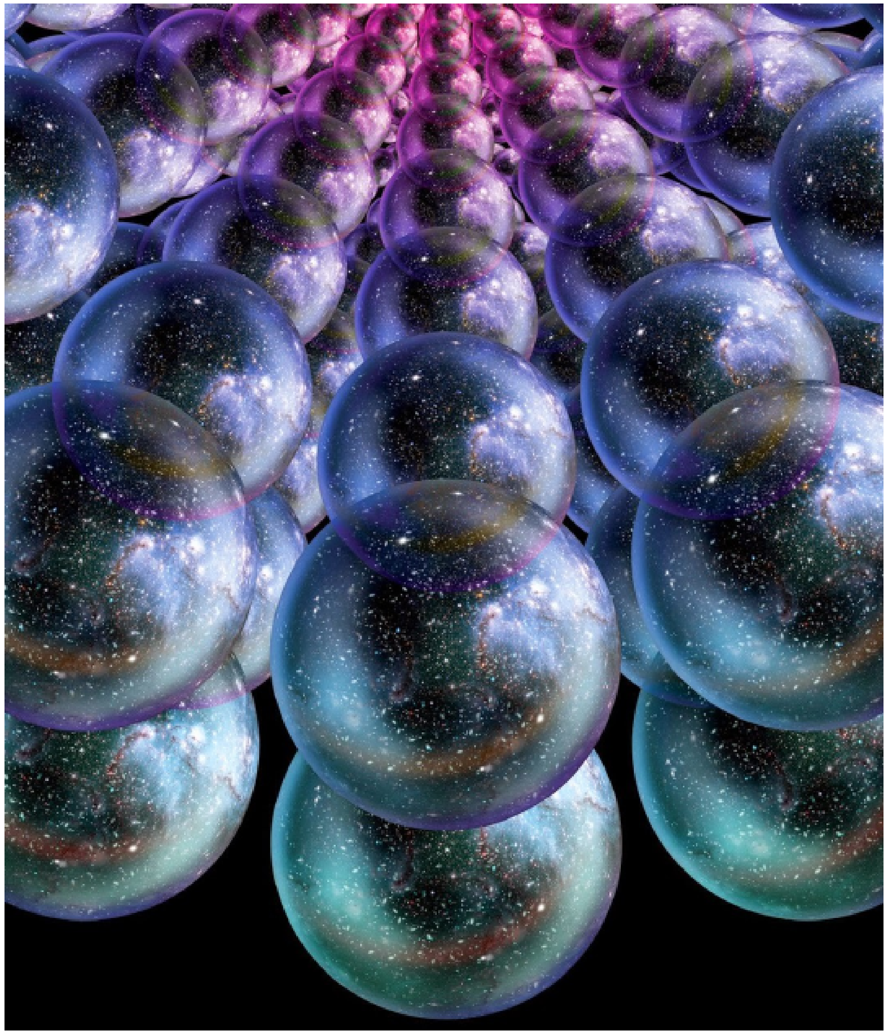
Мультивёрс(ы) (~ По Максу Тегмарку)

Мультивёрс 1-го уровня

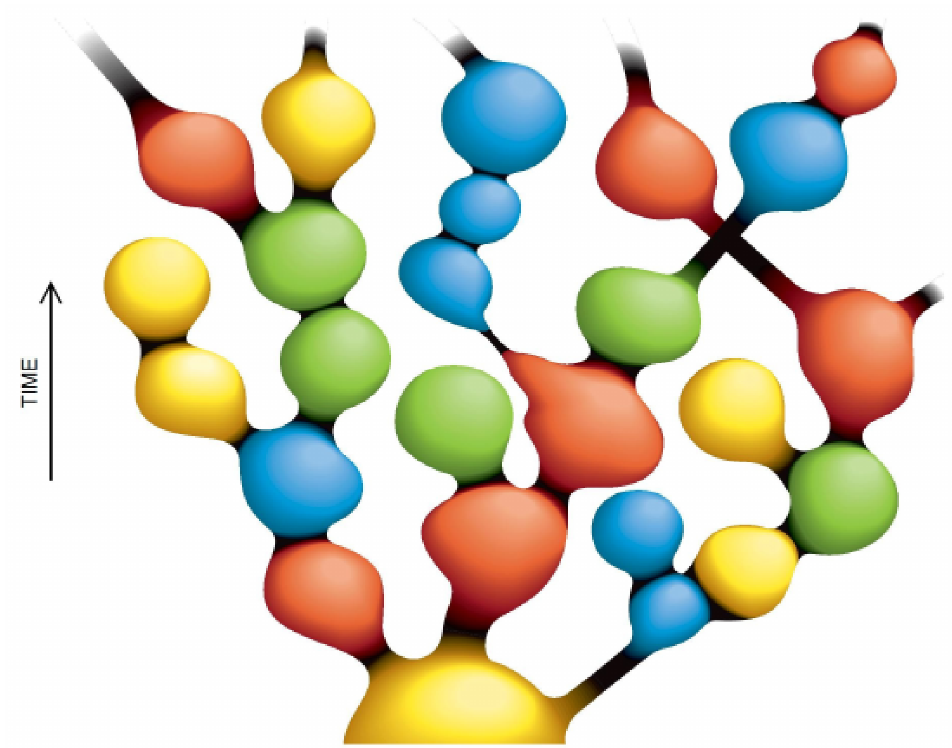
Наблюдаемая нами часть Вселенной (Метагалактика) - лишь крошечная часть нашей «локальной вселенной» - пузыря инфляционной космологии.

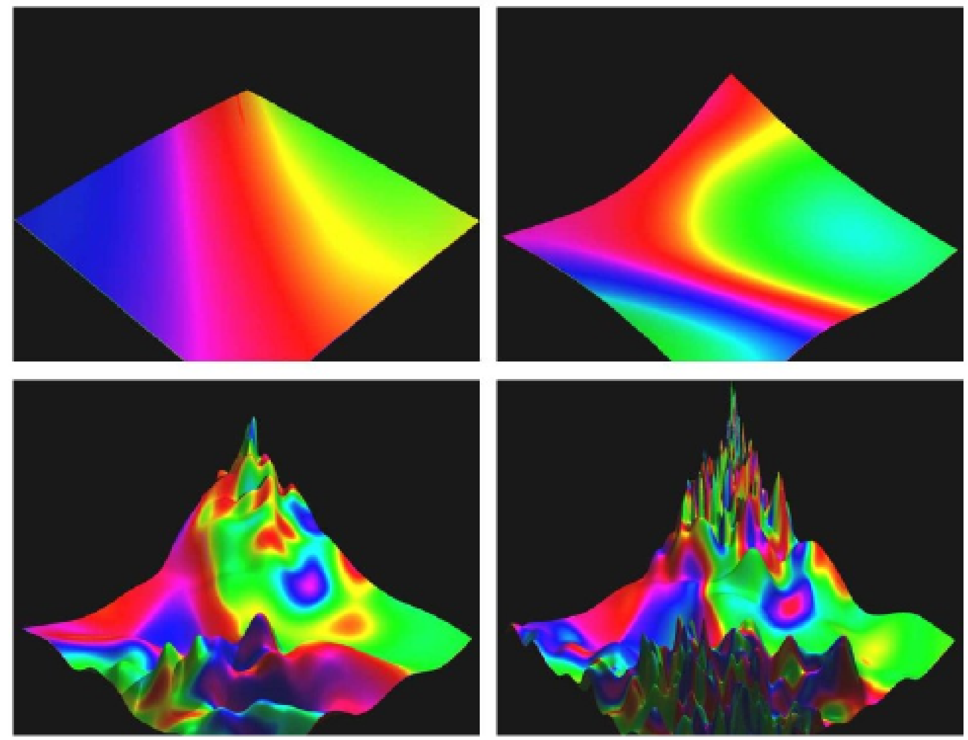
Существует невообразимо огромное число других метагалактик, которые не могут быть с нами причинно связаны.

Где-то в мультивёрсе 1-го уровня есть точная копия Солнечной системы и неизмеримо больше не очень точных копий.



Мультивёрс 2-го уровня - хаотическая вечная инфляция





Разные локальные пузыри инфляции – локальные вселенные – могут содержать разную физику.

Проблема тонкой подгонки параметров – малое изменение фундаментальных констант ведет к «взрывному нарушению» стабильности структур.

Слабый антропный принцип: мы наблюдаем тонкую настройку параметров потому, что в тех вселенных, где ее нет, нет и наблюдателей (Андрей Линде)