

Лекция 14

Модели инфляции. Генерация космологических возмущений.
Иерархия и типы мультиверсов.

$$T_{00} = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \quad (14.1)$$

$$T_{ij} = \left[\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi) \right] \delta_{ij} \quad (14.2)$$

$$\rho(\varphi) = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \quad (14.3)$$

$$p(\varphi) = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi) \quad (14.4)$$

Если $\dot{\varphi}$ мало (медленное скатывание), то ТЭИ скалярного поля очень похож на ТЭИ Λ -члена:

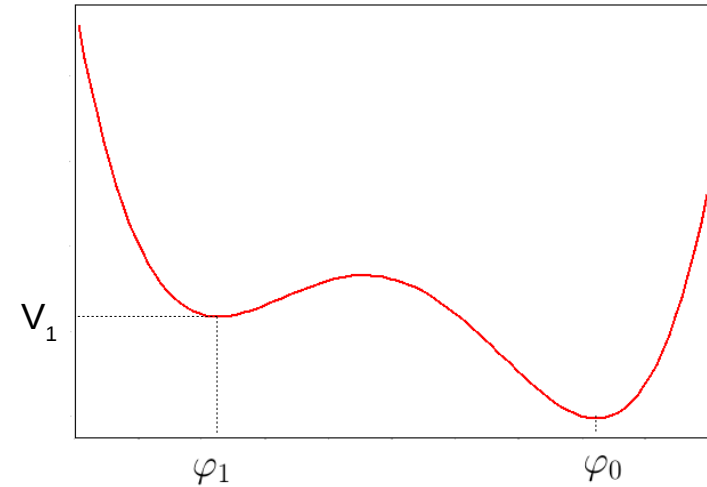
$$T \approx \begin{pmatrix} V(\varphi) & & & \\ & -V(\varphi) & & \\ & & -V(\varphi) & \\ & & & -V(\varphi) \end{pmatrix} \quad (14.5)$$

Если кроме поля φ («инфлатон») другой материи нет, получим экспоненциальное расширение – инфляцию.

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0 \quad (14.6)$$

За счет чего можно получить медленное скатывание?

- Первая идея – сценарий Гута (Alan Guth), «старая инфляция» (1980)



Пока φ сидит в минимуме φ_1 , $\dot{\varphi} = 0$ точно, $p = -\rho$ точно.

φ_1 – ложный вакуум, φ_0 – истинный вакуум.

- Поле φ локально квантово туннелирует из φ_1 в φ_0 с образованием пузырей истинного вакуума \Rightarrow механизм остановки инфляции.
- Горячая материя образуется при столкновении стенок пузырей.
- Проблема: оказалось, что из-за инфляции пузыри никогда не сталкиваются \Rightarrow сценарий не работает.

Основные режимы для уравнения скалярного поля

$$(14.6) : \ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0 \quad (14.7)$$

Уравнение (14.6) похоже на уравнение осциллятора с трением.

Отсюда два основных режима для решений:

- Режим быстрого скатывания \rightarrow осцилляции
- Режим медленного скатывания \rightarrow инфляция

1. Режим быстрого скатывания

$$H\dot{\varphi} \ll \ddot{\varphi} \Rightarrow \ddot{\varphi} + V'(\varphi) = 0 \quad (14.8)$$

– осцилляции вблизи минимума $V(\varphi)$

Пример: потенциал вблизи минимума квадратичен:

$$V(\varphi) = \frac{m^2}{2}\varphi^2 \quad (14.9)$$

Учтем явно малый член с $\dot{\varphi}$. Из (14.6):

$$\ddot{\varphi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\varphi} + m^2\varphi = 0 \quad (14.10)$$

Уравнение гармонического осциллятора с зависящим от времени коэффициентом затухания.

$$\varphi(t) = \frac{1}{a^{3/2}}\chi(t) \quad (14.11)$$

$$\ddot{\chi} + \left[m^2 - \frac{3}{2}\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{3}{4}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \right] \chi = 0 \quad (14.12)$$

Для степенных и экспоненциальных $a(t)$ имеет место:

$$\ddot{a} \sim \frac{\dot{a}}{a} \Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} \sim \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2 \quad (14.13)$$

Потребуем $m^2 \gg H^2$ (иначе не будет быстрого скатывания). Тогда

$$\ddot{\chi} + m^2\chi = 0 \Rightarrow \quad (14.14)$$

$$\chi(t) = \chi_* \cos(mt + \beta) \Rightarrow \quad (14.15)$$

$$\varphi(t) = \frac{\chi_*}{a^{3/2}(t)} \cos(mt + \beta) \quad (14.16)$$

– осцилляции с затуханием.

2. Режим медленного скатывания

- «Первое условие медленного скатывания»

$$\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 \ll V(\varphi) \quad (14.17)$$

– на самом деле условие вакуумоподобности:

$$p(\varphi) = -\rho(\varphi) + \dot{\varphi}^2 \approx -\rho(\varphi) \quad (14.18)$$

При доминировании $V(\varphi)$ получаем инфляцию.

Медленное скатывание за счет «вязкости»

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V'(\varphi) = 0 \quad (14.19)$$

Трение велико, если

$$\ddot{\varphi} \ll 3H\dot{\varphi} \Rightarrow \frac{\ddot{\varphi}}{3H\dot{\varphi}} \ll 1 \quad (14.20)$$

Имеют место два условия:

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2V(\varphi)} \ll 1 - \text{из ТЭИ} \quad (14.21)$$

$$\frac{\ddot{\varphi}}{3H\dot{\varphi}} \ll 1 - \text{из ур. движения} \quad (14.22)$$

• Если выполнены оба условия, то имеется *квази-экспоненциальное* расширение Вселенной:

Исходим из полной системы:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V'(\varphi) = 0 \\ H^2 = \frac{8\pi}{3M_{Pl}^2} \left(\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \right) \end{cases} \quad (14.23)$$

При выполнении условий (14.21), (14.22) приводятся к виду:

$$\dot{\varphi} = -\frac{1}{3H}V'(\varphi) \quad (14.24)$$

$$H = \frac{1}{M_{Pl}} \left(\frac{8\pi}{3}V(\varphi) \right)^{1/2} \quad (14.25)$$

Из (14.25):

$$\frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{M_{Pl}} \left(\frac{8\pi}{3}V \right)^{1/2} \Rightarrow \quad (14.26)$$

$$a(t) = a_i \exp \left\{ \left(\frac{8\pi}{3M_{Pl}^2} \right)^{1/2} \int_{t_i}^t [V(\varphi(t))]^{1/2} dt \right\} \quad (14.27)$$

Расширение близко к экспоненциальному в том смысле, что изменение H за хаббловское время много меньше H :

$$\dot{H} \frac{1}{H} \ll H \Rightarrow \frac{\dot{H}}{H^2} \ll 1 \quad (14.28)$$

Из (14.25):

$$\dot{H} = \frac{1}{2M_{Pl}} \left(\frac{8\pi}{3V} \right)^{1/2} V'(\varphi)\dot{\varphi} \quad (14.29)$$

Из (14.25) и (14.29):

$$\begin{aligned} \frac{\dot{H}}{H} &= \frac{1}{2} \frac{V'}{V} \dot{\varphi} = \backslash(14.24)\backslash = -\frac{3}{2} \frac{\dot{\varphi}^2}{V} H \Rightarrow \\ \left| \frac{\dot{H}}{H^2} \right| &= \frac{3}{2} \frac{\dot{\varphi}^2}{V} \ll 1 \end{aligned} \quad (14.30)$$

Из (14.21) следует, что это и правда так при медленном скатывании.

Условия (14.21) и (14.22) переформулируем в виде условий на потенциал V .

(14.25) подставляем в (14.24), получаем

$$\dot{\varphi} = -\frac{M_{Pl}}{(24\pi)^{1/2}} \frac{V'}{V^{1/2}} \quad (14.31)$$

Подставляем это $\dot{\varphi}$ в (14.21):

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2V(\varphi)} = \frac{M_{Pl}^2}{48\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \quad (14.32)$$

Теперь используем (14.22).

Из (14.31):

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} &= -\frac{M_{Pl}}{(24\pi)^{1/2}} \left(\frac{V''}{V^{1/2}} - \frac{1}{2} \frac{V'^2}{V^{3/2}} \right) \dot{\varphi} = \\ &= \left\langle (14.25) \Rightarrow V^{1/2} = H M_{Pl} \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{1/2} \right\rangle = \\ &= -\frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \left[\frac{V''}{V} - \frac{1}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \right] H \dot{\varphi} \quad (14.33) \end{aligned}$$

(14.32) и (14.33) подставляем в (14.22):

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{\varphi}}{3H\dot{\varphi}} &= -\frac{M_{Pl}^2}{24\pi} \frac{V''}{V} + \frac{M_{Pl}^2}{48\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left| \frac{M_{Pl}^2}{24\pi} \frac{V''}{V} \right| \ll 1 \quad (14.34) \end{aligned}$$

(14.32) и (14.34) – два условия на потенциалы, которые следуют из двух условий (14.21) и (14.22)

Два параметра медленного скатывания:

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \quad (14.35)$$

$$\eta = \frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \frac{V''}{V} \ll 1 \quad (14.36)$$

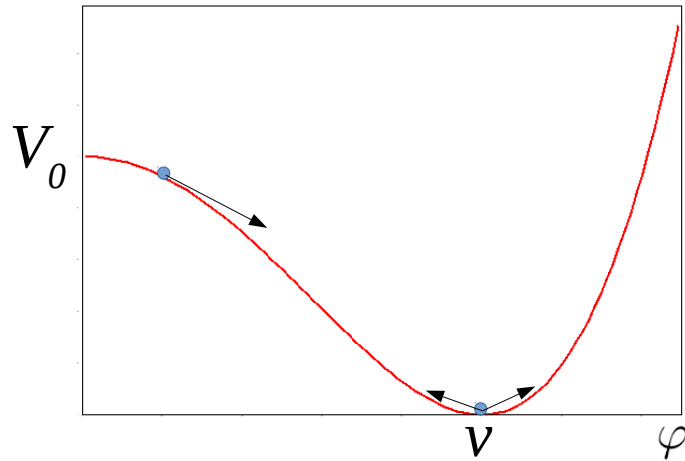
Условие (естественного!) медленного скатывания:

$$\varepsilon \ll 1, \quad \eta \ll 1 \quad (14.37)$$

Связь с условиями (14.21), (14.22):

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2V} = \frac{\varepsilon}{3}, \quad \frac{\ddot{\varphi}}{3H\dot{\varphi}} = \frac{1}{3}(\varepsilon - \eta) \quad (14.38)$$

ε, η действительно однозначно связаны с (14.21), (14.22), но выражаются исключительно через V .



- Хиггс-подобный потенциал
- Поле застревает вблизи нуля, запускает инфляцию, когда скатывается вниз инфляция прекращается, осцилляции рождают частицы \Rightarrow горячий взрыв \Rightarrow решение проблемы энтропии.

Подробный пример (популярная модель):

Поле вблизи нуля

$$V(\varphi) = V_0 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \quad (\lambda - \text{безразмерно!}) \quad (14.39)$$

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \frac{\lambda^2 \varphi^6}{V_0^2} \quad (14.40)$$

$$\eta = -\frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \frac{3\lambda\varphi^2}{V_0} \quad (14.41)$$

Малое поле φ обеспечивает медленное скатывание. Почему начальное поле может быть мало?

- $\varphi = 0$ получается естественным образом, если в начальной горячей (возможно неоднородной) Вселенной эффективный потенциал имеет минимум в нуле.
- Начальная горячая Вселенная расширяется, и потенциал переходит в 0-температурный, запуская инфляцию.

Специальный случай: медленное скатывание заканчивается при небольшом значении поля (за счет выхода на крутой участок)

$$\lambda\varphi_e^4 \ll V_0 \quad (14.42)$$

(противоположный случай напоминает другой сценарий – хаотической инфляции)

При выполнении (14.42):

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \frac{\lambda\varphi^2}{V_0} \times \frac{\lambda\varphi^4}{V_0} \ll |\eta| \quad (14.43)$$

поэтому конец инфляции определяется условием $|\eta| \sim 1$:

$$|\eta_e| = \frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \frac{3\lambda\varphi_e^2}{V_0} \sim 1 \Rightarrow \quad (14.44)$$

$$\varphi_e^2 \sim \frac{V_0}{3\lambda} \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \Rightarrow \quad (14.45)$$

$$\lambda\varphi_e^4 \ll V_0 \Rightarrow \lambda \left(\frac{V_0}{3\lambda} \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \right)^2 \ll V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_0}{M_{Pl}^4} \ll \left(\frac{3}{8\pi} \right)^2 \lambda \Rightarrow V_0 \ll \left(\frac{3}{8\pi} \right)^2 \lambda M_{Pl}^4 \quad (14.46)$$

– это условия сценария новой инфляции при малых полях.

- Поля планковского масштаба не нужны!
- Правильный масштаб флуктуаций получается при $\lambda \sim 10^{-13}$.

Температура разогрева

Предполагая, что почти вся плотность энергии $\sim V_0$ переходит в тепло:

$$g_* T_{reh}^4 \lesssim V_0 \ll \left(\frac{3}{8\pi} \right)^2 \lambda M_{Pl}^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{reh} \ll \left[\frac{\left(\frac{3}{8\pi} \right)^2 \lambda}{g_*} \right]^{1/4} M_{Pl} \sim 10^{-3} M_{Pl} \quad (14.47)$$

– без подгонки параметров температура не слишком высока.

Число e-фолдингов, для начала инфляции с поля φ

$$N_e(\varphi) = \ln \frac{a_e}{a(\varphi)} \quad (14.48)$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = H(t) \Rightarrow d \ln a = H(t) dt \Rightarrow N_e(\varphi) = \int_{t_\varphi}^{t_e} H(t) dt \quad (14.49)$$

Из уравнений медленного скатывания (14.24), (14.25)

$$\dot{\varphi} = -\frac{1}{3H} V'(\varphi) \quad (14.50)$$

$$H = \frac{1}{M_{Pl}} \left(\frac{8\pi}{3} V(\varphi) \right)^{1/2} \quad (14.51)$$

получаем

$$N_e(\varphi) =$$

$$= \left\langle \varphi \text{ как часы : } t \rightarrow \varphi(t), d\varphi = \dot{\varphi} dt, dt = \frac{d\varphi}{\dot{\varphi}} \right\rangle =$$

$$= \int_{\varphi}^{\varphi_e} H(\varphi) \frac{d\varphi}{\dot{\varphi}} = \left\langle (14.50), (14.51) \star \right\rangle =$$

$$= \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \int_{\varphi_e}^{\varphi} \frac{V}{V'} d\varphi \quad (14.52)$$

$$N_e(\varphi) = \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \int_{\varphi_e}^{\varphi} \frac{V}{V'} d\varphi \quad (14.53)$$

Для «новой инфляции»:

$$N_e(\varphi) = \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \left[\varphi^2 \frac{V_0}{2\lambda} \frac{1}{\varphi^4} \Big|_{\varphi_e}^{\varphi} - \frac{1}{4} \frac{\varphi^2}{2} \Big|_{\varphi_e}^{\varphi} \right] =$$

$$= \left\langle \lambda\varphi_e^4 \ll V_0 \Rightarrow \frac{1}{4} \frac{\varphi^2}{2} \Big|_{\varphi_e}^{\varphi} \rightarrow 0 \right\rangle \simeq \frac{4\pi}{M_{Pl}^2} \frac{V_0}{\lambda} \frac{1}{\varphi^2} \quad (14.54)$$

$$N_e(\varphi) = \frac{4\pi}{M_{Pl}^2} \frac{V_0}{\lambda} \frac{1}{\varphi^2} \quad (14.55)$$

$$N_e^{(tot)} = \frac{4\pi V_0}{\lambda M_{Pl}^2 \varphi_i^2} \quad (14.56)$$

Как оценить порядок?

На протяжении инфляции (из (14.25) или (14.51))

$$H = \frac{1}{M_{Pl}} \left(\frac{8\pi V}{3} \right)^{1/2} \approx \frac{1}{M_{Pl}} \left(\frac{8\pi V_0}{3} \right)^{1/2} \quad (14.57)$$

– меняется мало.

Если φ_i имеет порядок квантовой флуктуации φ :

$$\varphi_i \sim \delta\varphi \sim H \quad (14.58)$$

Тогда в (14.56)

$$\varphi_i^2 \sim \frac{1}{M_{Pl}^2} \frac{8\pi V_0}{3} \quad (14.59)$$

Подставляем и получаем

$$N_e^{(tot)} \approx \frac{3}{2\lambda} \sim 10^{13} \quad (14.60)$$

а нужно всего $N_e^{(tot)} \sim 60 \div 100$.

Вселенная раздувается в $\sim 10^{10^{13}}$ раз – «инфляционно большое число».

Видимая Вселенная – крошечный кусочек инфляционного пузыря.

● Проблема сценария «новой инфляции» – противоясственное значение $\lambda \sim 10^{-13}$ – очень мало, и не появляется естественным образом в GUT.

Сценарий хаотической инфляции Андрея Линде
Натуральная инфляция, инфляция в сильном поле

Насколько сильно условия (14.35), (14.36)

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \quad (14.61)$$

$$\eta = \frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \frac{V''}{V} \ll 1 \quad (14.62)$$

ограничивают вид потенциала?

Рассмотрим потенциалы

$$V = g\varphi^n \quad (14.63)$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{n}{\varphi} \quad (14.64)$$

$$\varepsilon = \frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \frac{n^2}{\varphi} \ll 1 \Rightarrow \varphi \gg M_{Pl} \frac{n}{4\pi} \quad (14.65)$$

$$\frac{V''}{V} = \frac{n(n-1)}{\varphi} \quad (14.66)$$

$$\eta = \frac{M_{Pl}^2}{8\pi} \frac{n(n-1)}{\varphi^2} \ll 1 \Rightarrow \varphi \gg M_{Pl} \sqrt{\frac{n(n-1)}{8\pi}} \quad (14.67)$$

● При не слишком больших n режим медленного скатывания автоматически реализуется для

$$\varphi \gg M_{Pl} \quad (14.68)$$

Не противоречит ли такое значение поля условиям применимости классической гравитации?

Условие классичности:

$$V(\varphi) \ll M_{Pl}^4 \quad (14.69)$$

$$V(\varphi) = g\varphi^n \ll M_{Pl}^4 \Rightarrow \varphi \ll \left(\frac{M_{Pl}^4}{g}\right)^{1/n} \quad (14.70)$$

Нужно обеспечить:

$$M_{Pl} \ll \varphi \ll \left(\frac{M_{Pl}^4}{g}\right)^{1/n} \quad (14.71)$$

Это можно получить за счет малой постоянной g (в планковских единицах)
[что согласуется с получением реалистичных амплитуд начальных возмущений и не вызывает отторжения в КТП]

Примеры

$$V_2(\varphi) = \frac{m^2}{2}\varphi^2 \quad (14.72)$$

$$\left(\frac{M_{pl}^4}{m^2/2}\right)^{1/2} \gg M_{Pl} \Rightarrow m \ll M_{Pl} \quad (14.73)$$

$$V_4(\varphi) = \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \quad (14.74)$$

$$\left(\frac{M_{Pl}^4}{\lambda/4}\right)^{1/4} \gg M_{Pl} \Rightarrow \lambda \ll 1 \quad (14.75)$$

Начало инфляции

- Хаотические начальные условия:

Вселенная неоднородна на всех масштабах вплоть до планковского – радиусы кривизны $\sim M_{Pl}^{-1} = l_{Pl}$, $\rho \sim M_{Pl}^4$.

- Имеется инфлатон со степенным потенциалом. Естественными условиями для него являются

$$V = g\varphi^n \sim M_{Pl}^4 \Rightarrow \varphi \sim \left(\frac{M_{Pl}^4}{g}\right)^{1/n} \quad (14.76)$$

- Поле сильно неоднородно, поэтому также

$$g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi \sim M_{Pl}^4 \quad (14.77)$$

- Вклад кривизны в уравнение «Фридмана» существенен.
- Вклады кривизны и кинетического члена (14.77) при расширении падают как $1/a^2$, но $V(\varphi)$ меняется медленно.
- В результате случайной «квантовой» флуктуации может возникнуть область чуть больше l_{Pl} , где градиентные члены и вклад кривизны меньше $V(\varphi)$. Она попадает в режим медленного скатывания и начинает раздуваться.
- Инфляция продолжается, пока не нарушается условие $M_{Pl} \ll \varphi$, после чего поле переходит в режим осцилляций и приводит к рождению частиц (разогрев). Нужно взаимодействие φ с другими полями.

Ограничение на начальную температуру.

Вся энергия поля переходит в тепло:

$$\rho \sim g_* T^4 \lesssim V(\varphi \sim M_{Pl}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{reh} \lesssim T_{max} \sim \left[\frac{V(\varphi \sim M_{Pl})}{g_*} \right]^{1/4} \quad (14.78)$$

Из $V(\varphi) \ll M_{Pl}^4$ (классичность) следует, что $T_{reh} \ll M_{Pl}$

Сценарий хаотической инфляции, кратко:

- Предельно ранняя Вселенная заполнена полем инфлатона планковской плотности, что плохо описывается классической физикой и даже наличие гладкого пространства-времени проблематично.
- Некоторые кластеры планковского размера раздуваются за счет инфляции в «инфляционные пузыри», и то, что мы наблюдаем малая часть одного из пузырей.

Сколько e -фолдингов дает хаотическая инфляция

$N_e(\varphi)$ из (14.53):

$$N_e(\varphi) = \frac{8\pi}{M_{Pl}^2} \int_{\varphi_e}^{\varphi} \frac{V}{V'} d\varphi \quad (14.79)$$

Для $V = g\varphi^n$

$$\int_{\varphi_e}^{\varphi} \frac{V}{V'} d\varphi = \frac{1}{2n} (\varphi^2 - \varphi_e^2) = \backslash \varphi \gg \varphi_e \backslash \simeq \frac{1}{2n} \varphi^2$$

$$(14.80)$$

$$N_e(\varphi) = \frac{4\pi}{n} \frac{\varphi^2}{M_{Pl}^2} \quad (14.81)$$

Считаем, что в начале инфляции $V(\varphi_i) \sim M_{Pl}^4 \Rightarrow$

$$g\varphi_i^n \sim M_{Pl}^4 \Rightarrow \varphi_i \sim \frac{1}{g^{1/n}} M_{Pl}^{4/n} \Rightarrow \quad (14.82)$$

$$N_e^{(tot)} = N_e(\varphi_i) = \frac{4\pi}{n} \left(\frac{M_{Pl}^{4-n}}{g} \right)^{2/n} \quad (14.83)$$

Примеры

$$n = 2; g = \frac{m^2}{2} \Rightarrow N_e^{(tot)} = 4\pi \frac{M_{Pl}^2}{m^2} \quad (14.84)$$

$$n = 4; g = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow N_e^{(tot)} = \frac{2\pi}{\sqrt{\lambda}} \quad (14.85)$$

$\delta\rho/\rho \sim 5 \cdot 10^{-5} \Rightarrow$

$$n = 2: m \sim 10^{-6} M_{Pl} \Rightarrow N_e^{(tot)} \sim 10^{13} \quad (14.86)$$

$$n = 4: \lambda \sim 10^{-13} \Rightarrow N_e^{(tot)} \sim 10^7 \quad (14.87)$$

Планковский масштаб растягивается инфляцией в $10^{10^{13}}$ или в 10^{10^7} раз.

Продолжительность инфляции

$$\Delta t^{(tot)} = \int_{t_i}^{t_e} dt = \int_{\varphi_i}^{\varphi_e} \frac{d\varphi}{\dot{\varphi}} \quad (14.88)$$

Из уравнений инфляции (14.24), (14.25)

$$\dot{\varphi} = -\frac{1}{3H} V'(\varphi) \quad (14.89)$$

$$H = \frac{1}{M_{Pl}} \left(\frac{8\pi}{3} V(\varphi) \right)^{1/2} \quad (14.90)$$

$$\Rightarrow \Delta t^{(tot)} = 3\sqrt{\frac{8\pi}{3}} \frac{1}{M_{Pl}} \int_{\varphi_e}^{\varphi_i} \frac{\sqrt{V}}{V'} d\varphi \quad (14.91)$$

Из условия $V(\varphi_i) \sim M_{Pl}^4$ находим ★:

$$n = 2 : \Delta t^{(tot)} \sim \frac{1}{M_{Pl}} \frac{\varphi_i}{m} \sim \frac{M_{Pl}}{m^2} \sim 10^{-31} \text{сек} \quad (14.92)$$

$$\begin{aligned} n = 4 : \Delta t^{(tot)} &\sim \frac{1}{M_{Pl}} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \ln \frac{\varphi_i}{\varphi_e} \sim \\ &\sim \frac{1}{M_{Pl}} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \ln \frac{1}{\lambda} \sim 10^{-35} \text{сек} \end{aligned} \quad (14.93)$$

Модель Старобинского (1979)

Модель не содержит дополнительных полей, но учитывает квантовые поправки к лагранжиану Гильберта-Эйнштейна:

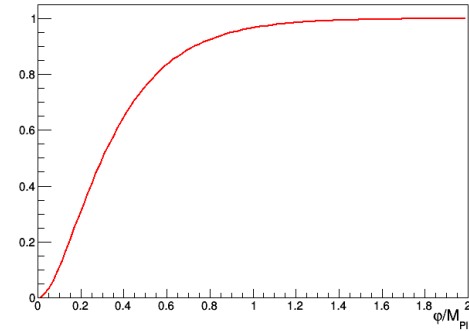
$$S = -\frac{M_{Pl}^2}{16\pi} \int dx^4 \sqrt{-g} \left(R - \frac{R^2}{6M^2} \right) \quad (14.94)$$

M имеет размерность массы, свободный параметр.

Можно показать, что любая теория $f(R)$ эквивалентна обычной теории Эйнштейна со скалярным полем с некоторым потенциалом $V(\varphi)$.

Для теории (14.94):

$$V(\varphi) = \frac{3M^2 M_{Pl}^2}{32\pi^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{4\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}} \frac{\varphi}{M_{Pl}}\right) \right]^2 \quad (14.95)$$



- Модель Старобинского эквивалентна модели хаотической инфляции с инфлатонным полем (14.95)
- «Натуральная инфляция» $V(\varphi) = (m^2/2)\varphi^2$ закрыта низким значением скалярно-тензорного отношения $r < 0.07$, но модель Старобинского предсказывает $r \sim 0.001$

Генерация космологических возмущений

- Скалярные возмущения: *усиленные инфляцией* вакуумные флуктуации поля инфлатона.
- Тензорные возмущения: *усиленные инфляцией* вакуумные флуктуации гравитационного поля (метрики).

Количественная теория дает:

- Скалярно/тензорное отношение r
- Спектральные индексы скалярных и тензорных мод возмущений

Инфляционное усиление квантовых флуктуаций поля инфлатона

- Квантовые флуктуации поля инфлатона φ являются гауссовым случайным полем.
- Разложение среднего квадрата отклонения по импульсам (длинам волн), расходящийся интеграл:

$$\langle \varphi^2 \rangle = \langle 0 | \varphi^2(x) | 0 \rangle = \int_0^\infty \frac{dq}{\sqrt{q^2 + m^2}} \frac{q^2}{8\pi^2} \approx \int_0^\infty \frac{q^2}{8\pi^2} \frac{dq}{q} \quad (14.96)$$

- Спектр мощности квантовых флуктуаций

$$\mathcal{P}_\varphi(q) = \frac{q^2}{8\pi^2} \quad (14.97)$$

- Амплитуда квантовых флуктуаций, по определению

$$\delta\varphi(q) \equiv \sqrt{\mathcal{P}_\varphi(q)} \Rightarrow \delta\varphi(q) = \frac{q}{2\sqrt{2}\pi} \quad (14.98)$$

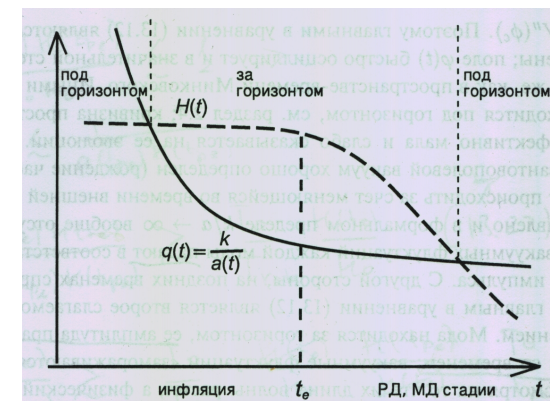
- На фазе горячего взрыва: Расширение с замедлением. Горизонт событий растет быстрее масштабного фактора. \Rightarrow константные моды входят под горизонт, и начинают осциллировать.

- На фазе инфляции – обратная картина: Расширение с ускорением. Масштабный фактор растет быстрее горизонта. \Rightarrow короткие вакуумные флуктуации выходят за горизонт и замораживаются \Rightarrow

- Фиксируется большая амплитуда коротких флуктуаций.

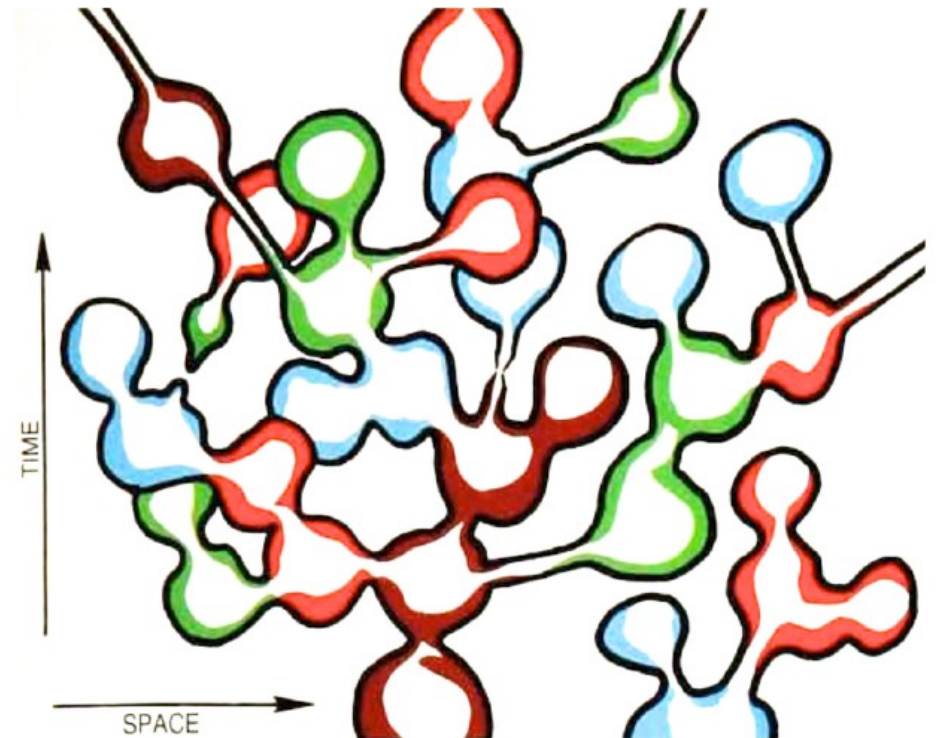
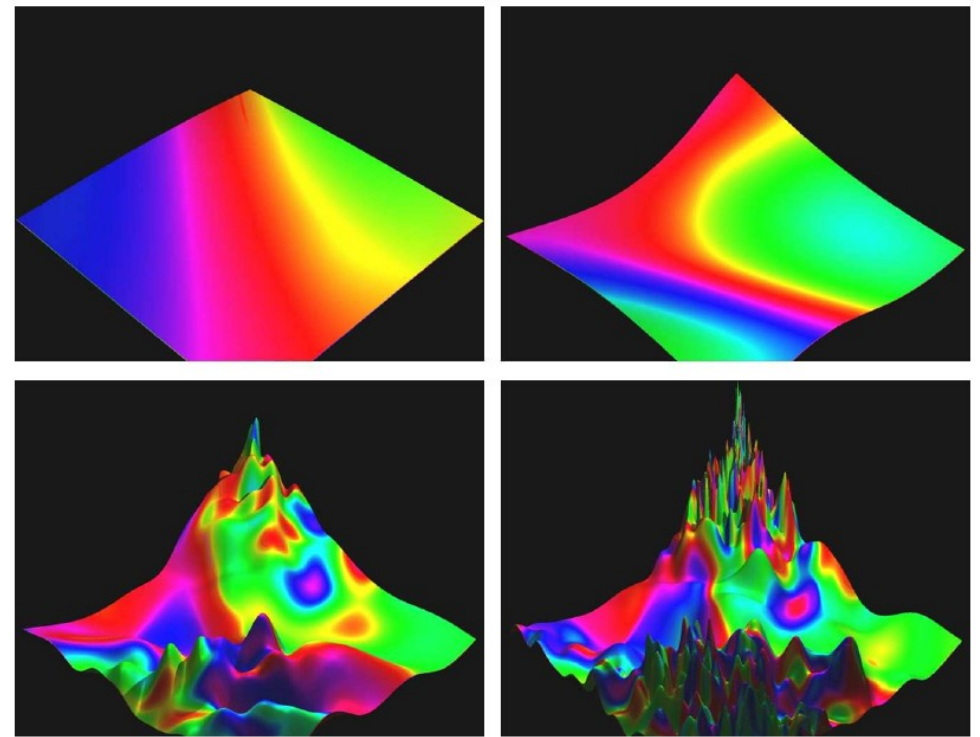
- При фиксированной амплитуде длина волны резко увеличивается,
 - амплитуда для этой волны становится много больше, чем предписывается формулой (14.98) –
 - это есть механизм усиления вакуумных флуктуаций за счет инфляции.

- Эти усиленные флуктуации есть те константные моды, которые дают начальные условия для эволюции возмущений на горячей стадии.



Вечная инфляция и Мультиверс

- Инфляция идет, моды квантовых флуктуаций на стадии инфляции выходят за горизонт и замораживаются.
- В масштабе горизонта ДеСиттера устанавливаются новые значения почти однородного поля инфлатона.
- Вся область инфляции оказывается разбита на под-области со своими полями инфлатона \Rightarrow Вселенная в целом сильно неоднородна.
- В некоторых областях инфлатон велик, и там усиливается раздувание.
- В некоторых областях инфлатон мал, там инфляция завершается горячим взрывом.
- Там, где инфляция продолжается, новые квантовые возмущения выходят за горизонт и т.д. ... \Rightarrow рекурсия \Rightarrow Вечная инфляция
- Разные области представляют собой независимые «локальные» вселенные. На стадии горячего взрыва могут быть по-разному нарушены симметрии, тогда в разных вселенных будет разная физика.
- Теория хаотической инфляции естественно приводит к существованию ансамблей вселенных, чего требует формализм теории космологических возмущений.
- Еще одна загадка решается: тонкая подгонка фундаментальных констант. Слабый антропный принцип.



Мультивёрс(ы) (~ По Максy Тегмарку)

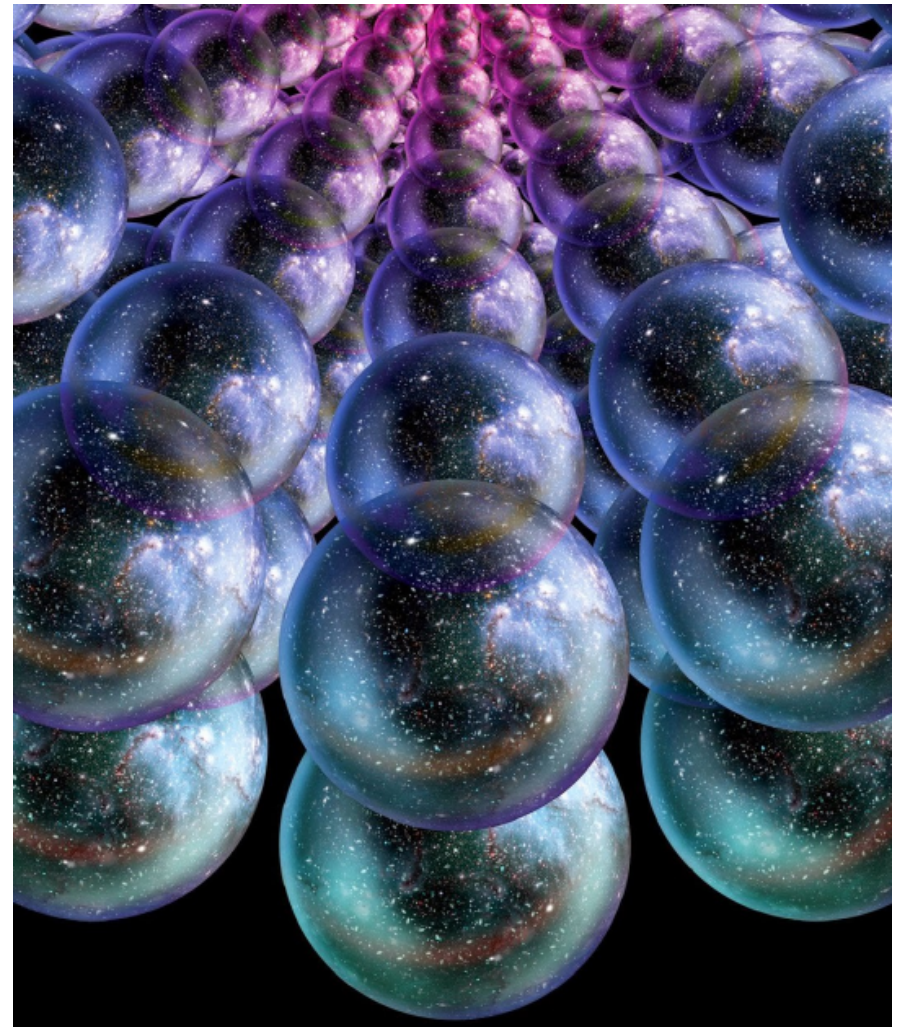


Мультивёрс 1-го уровня

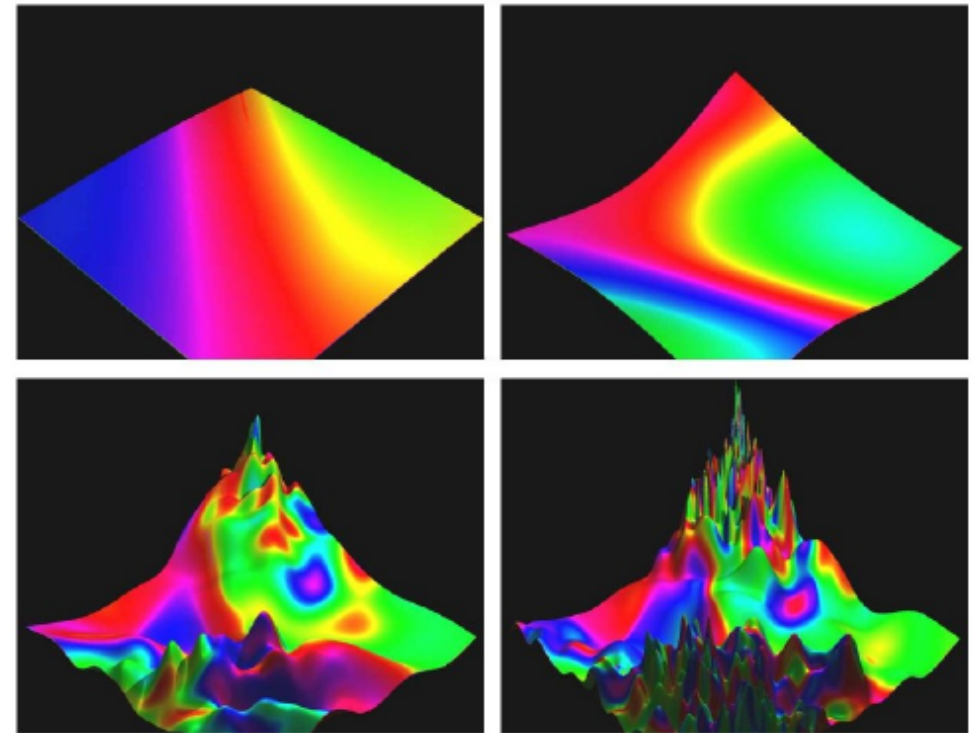
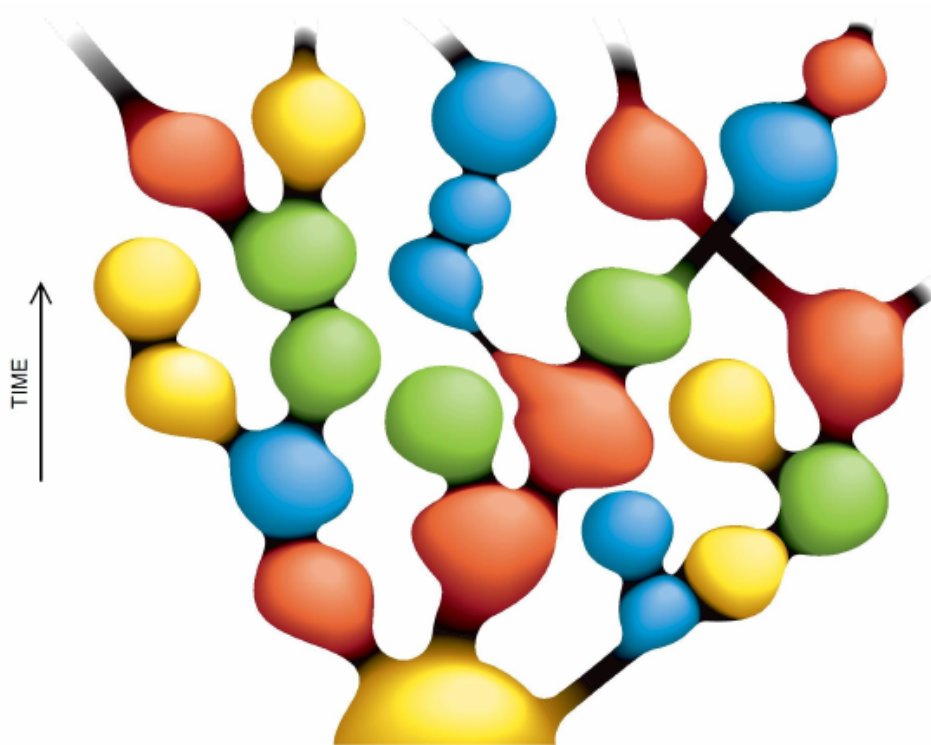
Наблюдаемая нами часть Вселенной (Метагалактика) - лишь крошечная часть нашей «локальной вселенной» - пузыря инфляционной космологии.

Существует невообразимо огромное число других метагалактик, которые не могут быть с нами причинно связаны.

Где-то в мультивёрсе 1-го уровня есть точная копия Солнечной системы и неизмеримо больше не очень точных копий.



Мультивёрс 2-го уровня - хаотическая вечная инфляция



Разные локальные пузыри инфляции – локальные вселенные – могут содержать разную физику.

Проблема тонкой подгонки параметров – малое изменение фундаментальных констант ведет к «взрывному нарушению» стабильности структур.

Слабый антропный принцип: мы наблюдаем тонкую настройку параметров потому, что в тех вселенных, где ее нет, нет и наблюдателей (Андрей Линде)

Мультивёрс 3-го уровня - многомировая Вселенная Эверетта (исторически первая физическая модель мультивселенной, 1957)

Квантовая механика =

= уравнение Шредингера + коллапс волновой функции при наблюдении

Что такое коллапс волновой функции – непонятно.

Хью Эверетт:

Никакого коллапса волновой функции нет, все, включая Вселенную, описывается только уравнением Шредингера (или его обобщением), коллапс волновой функции и случайность, связанная с коллапсом – иллюзия наблюдателя, погруженного в квантовую Вселенную.

К многомировой интерпретации квантовой механики. Клонирование прибора, сознания и вселенной

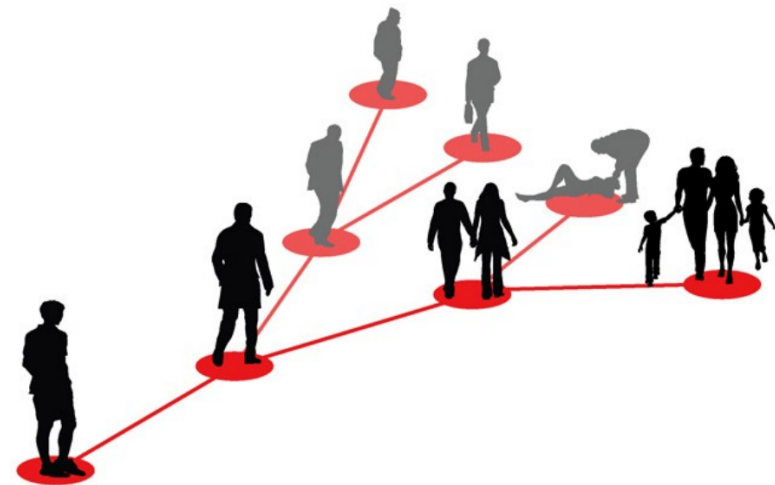
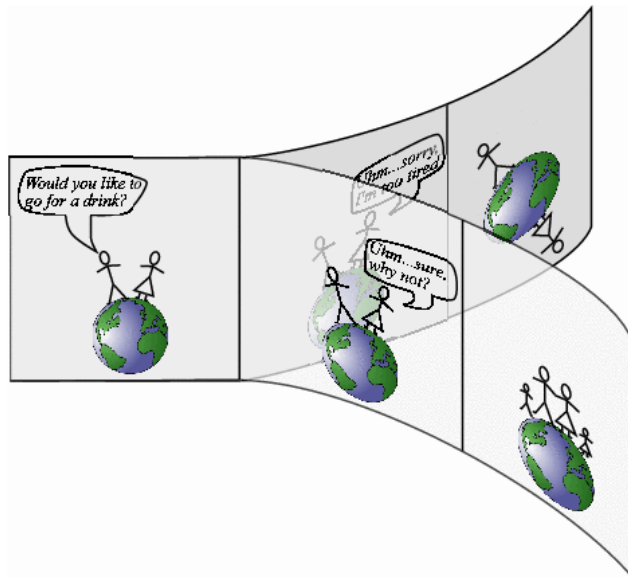
$|\uparrow\rangle$ – спин вверх
 $|\downarrow\rangle$ – спин вниз

$$|\uparrow\rangle|D_0\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle|D_\uparrow\rangle; \quad |\downarrow\rangle|D_0\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle|D_\downarrow\rangle$$

$$(a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle)|D_0\rangle \rightarrow a|\uparrow\rangle|D_\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle|D_\downarrow\rangle$$

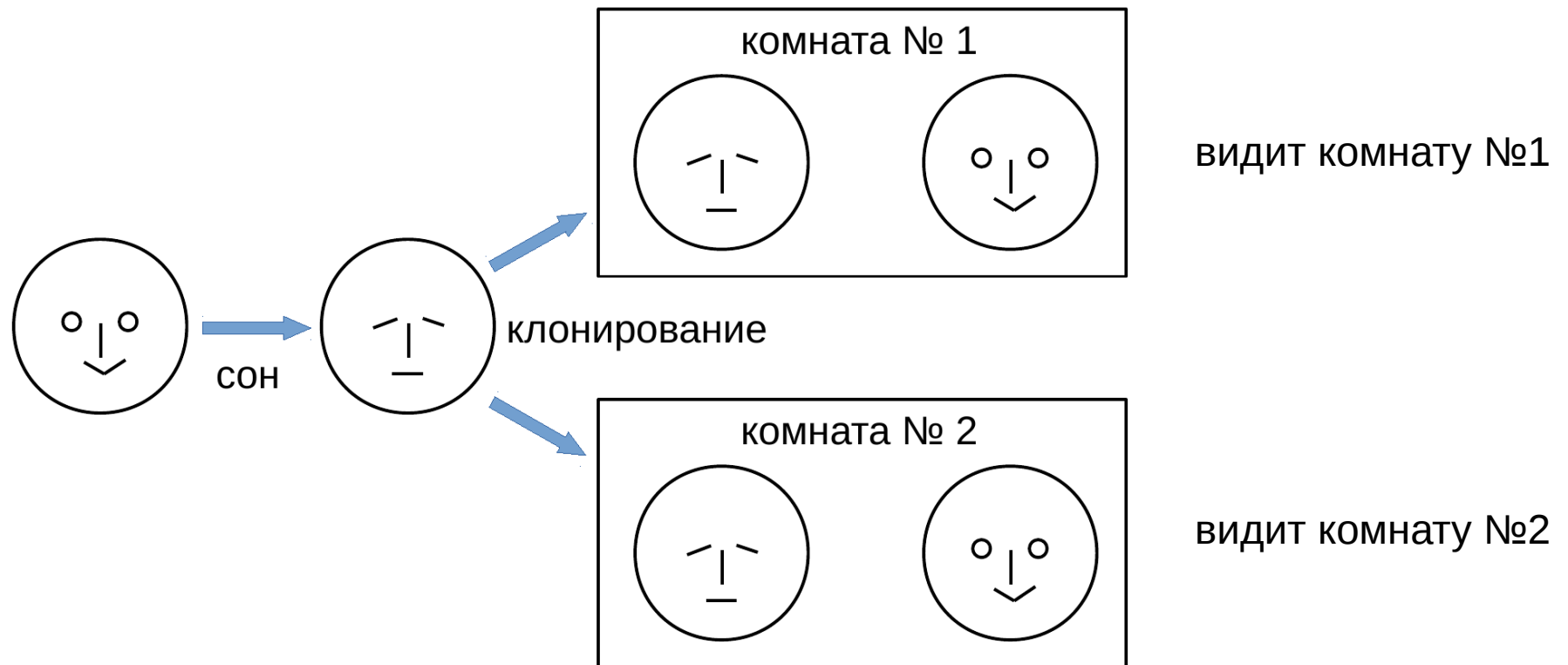
$$(a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle)|D_0\rangle|M_0\rangle \rightarrow a|\uparrow\rangle|D_\uparrow\rangle|M_\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle|D_\downarrow\rangle|M_\downarrow\rangle$$

$$(a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle)|D_0\rangle|M_0\rangle|U_0\rangle \rightarrow a|\uparrow\rangle|D_\uparrow\rangle|M_\uparrow\rangle|U_\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle|D_\downarrow\rangle|M_\downarrow\rangle|U_\downarrow\rangle$$



Как клонирование сознания порождает иллюзию случайности

Мысленный эксперимент Макса Тегмарка - клонирование



Случайности нет, но каждый из клонов субъективно воспринимает случайный результат 1 или 2

Если человеческое сознание заменить на ИИ, то эксперимент будет не мысленный, а вполне реальный.

Не безумие ли предполагать, что вся Вселенная находится в квантовом состоянии, описываемом единственной волновой функцией?

Анизотропия микроволнового фона описывается квантовыми флуктуациями масштаба видимой части вселенной и правильно предсказывается в предположении, что все поле инфлатона – единый квантовый объект

Квантовая теория на уровне всей видимой Вселенной дает предсказания, подтверждаемые экспериментом

Вся совокупность квантовых миров многомировой интерпретации Эверетта - Мультивёрс 3-го уровня.

В каком смысле вселенные Мультиверса существуют при том, что все они прямо недоступны наблюдению?

Другие вселенные входят в теорию, которая дает правильные предсказания для эксперимента, и без этих объектов работать не может.

Мультивёрс 4-го уровня - математический Мультивёрс Макса Тегмарка

Природа математики

Каков триллионный знак десятичного разложения $\sqrt{2}$?

Кто бы ни считал, ответ будет один и тот же, так как этот объект объективно существовал еще до того, как его кто-то взялся считать.

Мир математических форм существует объективно.

Мир математических форм – часть реальности, а не выдумка

Природа элементарных объектов физики

Либо при описании элементарных объектов физики будет иметь место регрессия в бесконечность (это плохо)

Либо регрессия оборвется, и тогда самые элементарные объекты будут иметь чисто математическое внешнее описание.

На этом уровне различие между математикой и физикой исчезает.

Гипотеза: Наблюдаемый нами мир **есть** математическая структура.

Вопрос: почему именно такая математическая структура, которая предписывает именно те законы природы, которые мы наблюдаем? Чем она выделена?

Ответ (Тегмарк): В принципе, она ничем не выделена; все непротиворечивые математические структуры есть реальные вселенные.

Имеет место математическая демократия → все непротиворечивые математические структуры образуют Мультиверс 4-го уровня, наша частная математическая структура есть один из объектов математического Мультиверса.

Наша математическая структура отличается тем, что допускает внутри себя существование Само Сознательной Субструктуры (ССС).

Возможность существования СССР определяет «тонкую настройку» нашей (математической) Вселенной на наше существование – вариант слабого антропного принципа.

Единственный постулат «теории всего»:

Все непротиворечивые математические структуры существуют физически.

Следствие:

В принципе это означает, что Вселенная абсолютно познаваема: надо только включить воображение и двигаться по пути этого познания.