

Лекция 7

Закалка нейтронов. Нуклеосинтез. Синтез первичного гелия.
Темная материя и закалка темной материи.

Закалка нейтронов

При высоких температурах и плотностях n и p находятся в равновесии за счет слабых процессов

$$p + e^- \leftrightarrow n + \nu_e, \quad n + e^+ \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e \quad (7.1)$$

Характерные масштабы энергии:

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_n - m_p = 1.3 \text{ МэВ} \\ m_e &= 0.51 \text{ МэВ} \end{aligned} \quad (7.2)$$

Будем считать $T > \Delta m, m_e$

$$\sigma_{pn} \sim G_F^2 E^2; \quad \tau_{pn} = \frac{1}{\sigma_{pn} v n} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \quad (7.3)$$

τ_{pn} определяется электронами и нейтрино, которые УР.

Закалка нейтронов:

$$\tau_{np} \sim \frac{1}{H} = \frac{T^2}{M_{Pl}^*} \quad (7.4)$$

Релятивистские γ, e^\pm, ν :

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} \cdot 4 + \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot 3 \quad (7.5)$$

– точно как для закалки ν , и снова

$$T_{n,f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} = 1.2 \text{ МэВ} \quad (7.6)$$

Но это противоречит предположению $T_{n,f} > \Delta m$!

Более точное значение (из кинетических уравнений):

$$T_{n,f} \approx 0.8 \text{ МэВ}, \quad t_{n,f} \approx 2.5 \text{ сек} \quad (7.7)$$

Остаточная концентрация нейтронов

В равновесии

$$\mu_p + \mu_e = \mu_n + \mu_\nu \Rightarrow \mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \quad (7.8)$$

p, n – нерелятивистские $\Rightarrow \mu_p \sim m_p, \mu_n \sim m_n$
 e, ν – ультрарелятивистские $\Rightarrow \mu_e, \mu_\nu$ – малы*

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \approx \mu_p \quad (7.9)$$

$$n_p = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (7.10)$$

$$n_n = 2 \left(\frac{m_n T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (7.11)$$

Отсюда, в момент замораживания ($T = T_{n,f}$)

$$\frac{n_n}{n_p} \cong e^{-(m_n - m_p)/T_{n,f}} = e^{-\Delta m/T_{n,f}} \quad (7.12)$$

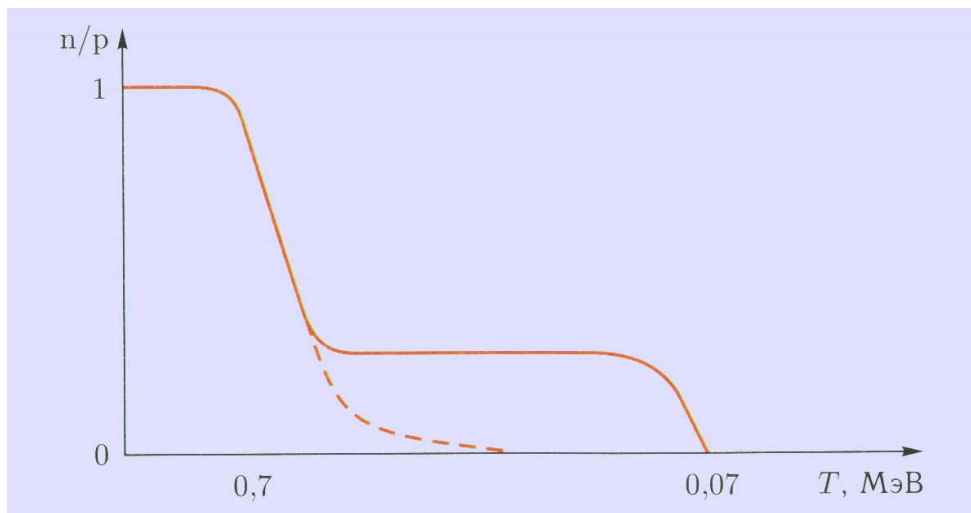
Для $T_{n,f} = 0.8 \text{ МэВ}$

$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-1.3/0.8} \approx 0.2 \quad (7.13)$$

Отношение через $T_{n,f}$ зависит от g_* , которое зависит от предположения $N_\nu = 3$. Так как n_n/n_p радикально влияет на первичный нуклеосинтез (количество ^4He) то гипотезы могут быть проверены.

*Более аккуратное обоснование $\mu_n \approx \mu_p$ (7.9) см. Горбунов, Рубаков, Т.1, 8.1. ($\mu_e \sim \mu_\nu \sim 10^{-3} \text{ эВ}$).

Сначала концентрация нейтронов равновесным образом падает относительно концентрации протонов из-за разницы в массах, потом нейтроны выходят из равновесия (замораживаются).



Нуклеосинтез

Кажется, что ядро A, Z начнет эффективно синтезироваться после того, как температура станет ниже энергии связи этого ядра. Это ошибка.

- Рассматриваем задачу синтеза общего ядра A, Z , предполагая, что синтез возможен через некоторую цепочку реакций.
- Рассматриваем только термодинамику реакции предполагая равновесие.

В равновесии:

$$n_n = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (7.14)$$

$$n_p = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (7.15)$$

(в предэкспоненциальном множителе не различаем m_n и m_p)

$$\mu_A = \mu_p Z + \mu_n (A - Z) \quad (7.16)$$

(это следствие равновесия)

$$\begin{aligned} n_A &= g_A \left(\frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_A - m_A)/T} = \\ &= \sqrt{\Delta_A = Z m_p + (A - Z) m_n - m_A} = \\ &= g_A \left(\frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{[Z(\mu_p - m_p) + (A - Z)(\mu_n - m_n) + \Delta_A]/T} \quad (7.17) \end{aligned}$$

$$e^{(\mu_p - m_p)/T} = n_p / 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \Rightarrow \quad (7.18)$$

$$e^{Z(\mu_p - m_p)/T} = \left[n_p / 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right]^Z \quad (7.19)$$

$$e^{(A-Z)(\mu_n - m_n)/T} = \left[n_n / 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right]^{(A-Z)} \quad (7.20)$$

$$\begin{aligned} n_A &= g_A \left(\frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \left[\frac{n_p}{2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^Z \left[\frac{n_n}{2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^{A-Z} e^{\Delta_A/T} = \\ &= g_A n_p^Z n_n^{A-Z} 2^{-A} A^{3/2} \left(\frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} e^{\Delta_A/T} \quad (7.21) \end{aligned}$$

(«Формула Саха»)

Концентрация нуклонов, связанных в ядре (A, Z) :

$$\begin{aligned} X_A &\equiv \frac{A \times n_A}{n_B} = \\ &= g_A X_p^Z X_n^{A-Z} n_B^{A-1} 2^{-A} A^{5/2} \left(\frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} e^{\Delta_A/T} \quad (7.22) \end{aligned}$$

При той же самой температуре

$$n_B = \eta_B n_\gamma = \eta_B \times 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 = 0.24 \eta_B T^3 \quad (7.23)$$

Подставляем n_B в (7.22):

$$X_A = g_A X_p^Z X_n^{A-Z} 2^{-A} A^{5/2} \left[\eta_B^{A-1} \left(\frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \right] e^{\Delta_A/T} \quad (7.24)$$

Очень малый множитель:

$$\eta_B^{A-1} \left(\frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \Rightarrow \quad (7.25)$$

Чтобы X_A было не очень мало нужна температура $T \ll \Delta_A$

Начало ядерного синтеза: реакция $p + n \rightarrow D + \gamma$

• Когда реакция $p + n \rightarrow D + \gamma$ становится термодинамически выгодной? Вот когда:

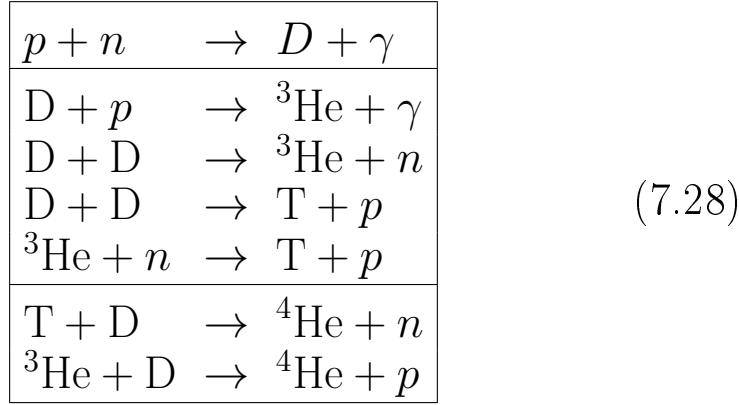
$$X_D = X_p X_n \sqrt{2} \eta_B \left(\frac{2.5 T_{NS}}{m_p} \right)^{3/2} e^{\Delta_D/T_{NS}} \sim 1 \quad (7.26)$$

$\Delta_D = 2.23$ МэВ, $X_p X_n = 0.14$ (после заковки n) \Rightarrow Численно (начало нуклеосинтеза):

$$T_{NS} \approx 65 \text{ КэВ}; \quad t_{NS} \approx 4.5 \text{ мин} \quad (7.27)$$

Синтез гелия

Термодинамически выгодным является продолжение синтеза D до ${}^4\text{He}$.



Концентрация адронов, связанных в ядре (A, Z) (формула (7.24)):

$$X_A = g_A X_p^Z X_n^{A-Z} 2^{-A} A^{5/2} \eta_B^{A-1} \left(\frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} e^{\Delta A/T} \quad (7.29)$$

Оценим равновесные концентрации всех прочих ядер, считая, что концентрация ${}^4\text{He} \sim 1$
Из (7.24):

$$X_{4\text{He}} \sim X_p^2 X_n^2 \eta_B^3 \left(\frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{9/2} e^{\Delta_{4\text{He}}/T_{NS}} \quad (7.30)$$

Считаем $X_p^2 \sim 1$, выражаем X_n :

$$X_n \sim X_{4\text{He}}^{1/2} \eta_B^{-3/2} \left(\frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{-9/4} e^{-\Delta_{4\text{He}}/2T_{NS}} \quad (7.31)$$

Подставляем X_n в (7.24) для произвольного ядра (A, Z) , считая $X_{4\text{He}} \sim 1$:

$$\begin{aligned} X_A &\sim \left[\eta_B \left(\frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{3/2} \right]^{\frac{3}{2}Z - \frac{1}{2}A - 1} \times \\ &\quad \times \exp \left(\frac{\Delta_A - \Delta_{4\text{He}}(A-Z)/2}{T_{NS}} \right) \approx \\ &\approx 10^{7.4(A+2-3Z)} \exp \left\{ \frac{(A-Z)[\Delta_A/(A-Z) - \Delta_{4\text{He}}/2]}{T} \right\} \quad (7.32) \end{aligned}$$

Только для ${}^4\text{He}$ экспонента ~ 1 .
Для всех других ядер

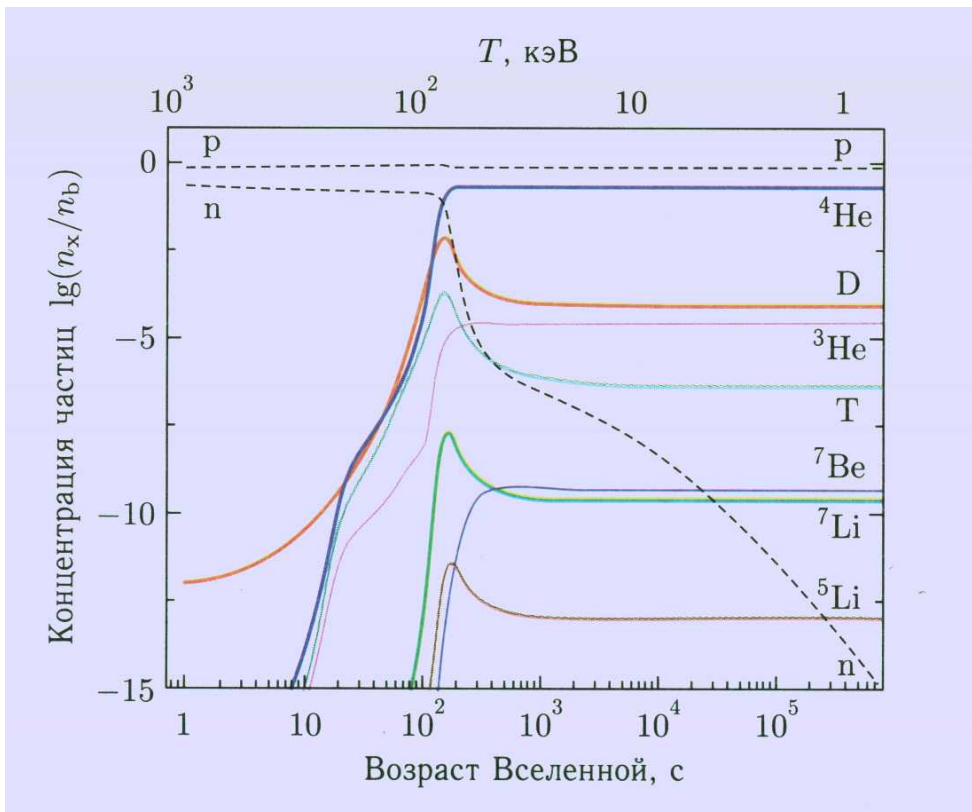
$$\Delta_A/(A-Z) - \Delta_{4\text{He}}/2 < 0 \quad (7.33)$$

и экспонента очень мала.

При $T_{NS} = 65$ кэВ из (7.32):

$$X_D \sim 10^{-79}, \quad X_{3\text{He}} \sim 10^{-118}, \dots \quad (7.34)$$

Это равновесные концентрации, но в действительности для большинства реакций равновесия нет. Но качественный вывод верен – ${}^4\text{He}$ сильно преобладает из-за высокой энергии связи на нуклон.



Остаточная концентрация ${}^4\text{He}$

Все нейтроны, не распавшиеся к $t_{NS} = 4.5$ мин, входят в ${}^4\text{He}$.

$$n_{4\text{He}}(t_{NS}) = \frac{1}{2}n_n(t_{NS}) \quad (7.35)$$

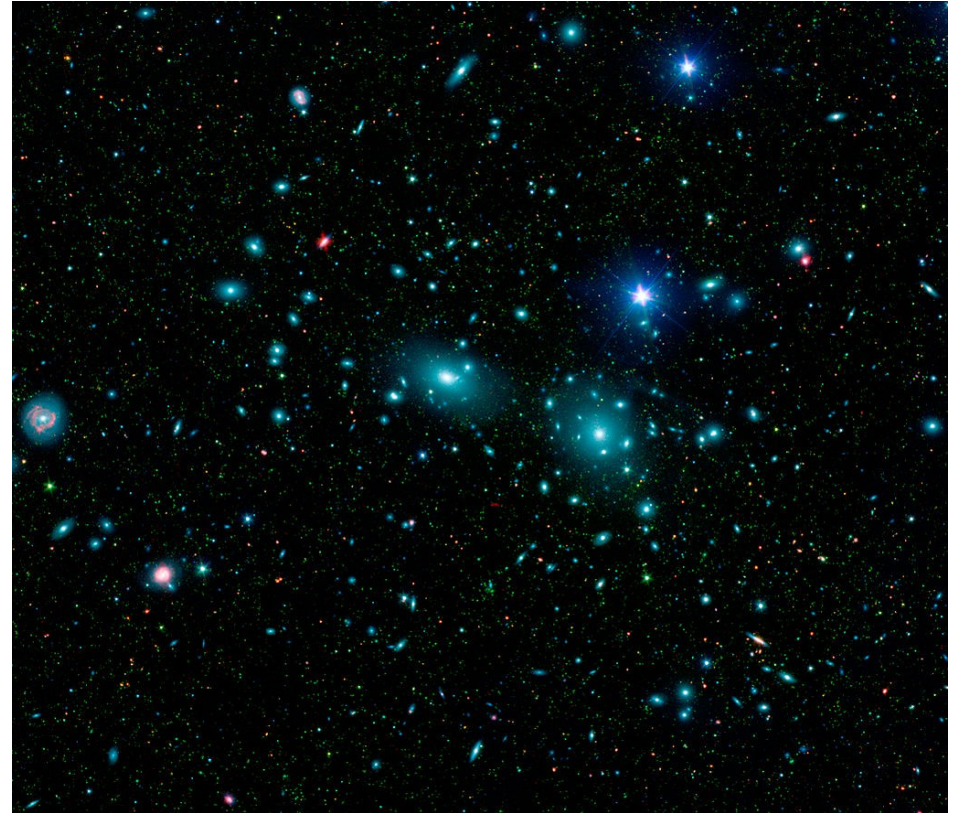
$$\frac{n_n(t_{NS})}{n_p(t_{NS})} \cong 0.2 \cdot e^{-t_{NS}/\tau_n} \approx \frac{1}{7} \quad (\tau_n = 886 \text{ сек}) \quad (7.36)$$

Массовая доля ${}^4\text{He}$:

$$\begin{aligned} X_{4\text{He}} &= \frac{m_{4\text{He}}n_{4\text{He}}}{m_p(n_p + n_n)} = \frac{4 \cdot \frac{1}{2}n_n(t_{NS})}{n_p + n_n} = \\ &= \frac{2}{\frac{n_p(t_{NS})}{n_n(t_{NS})} + 1} \approx 25\% \quad (7.37) \end{aligned}$$

Темная материя

1. Скорости галактик в скоплениях Фриц Цвикки, 1937. Скопление Кома (Волосы Вероники): Масса скопления в десятки раз превышает массу видимого вещества. «Темная материя» – термин Цвикки. F. Zwicky. 1937, ApJ, 86, 217.



2. Плоские кривые вращения галактик

Ожидается $V \propto \sqrt{R}$

Туманность Андромеды (Хорес Бэбкок, 1939)

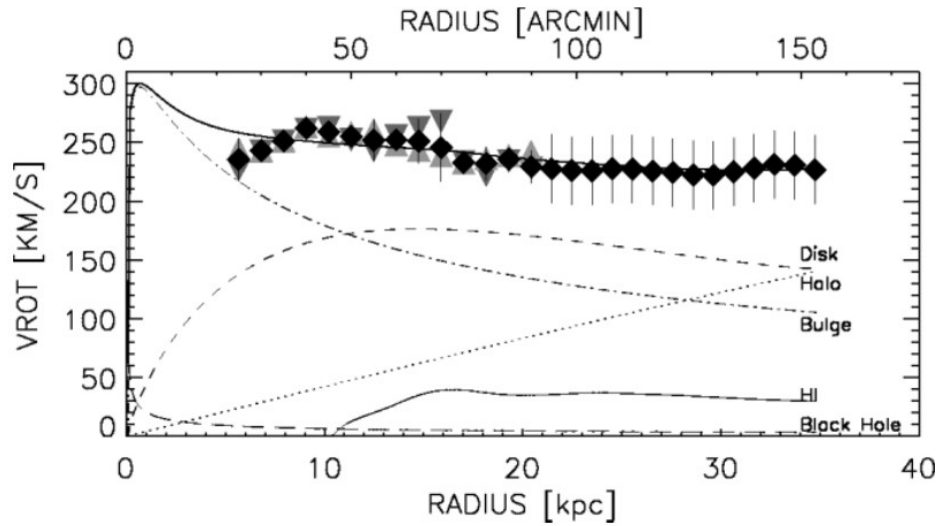
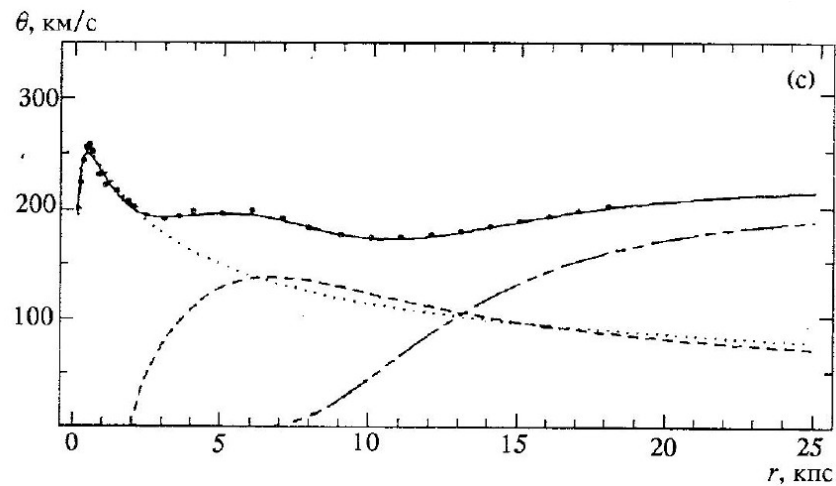


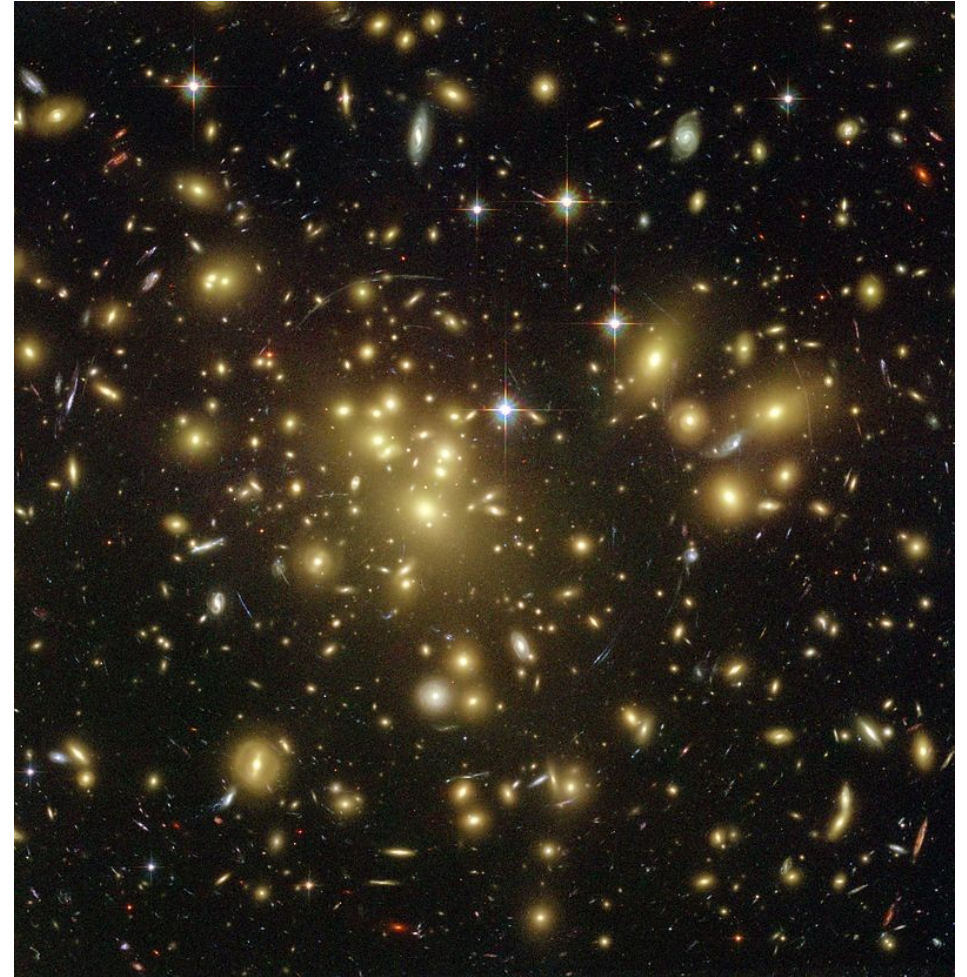
FIG. 2.—Rotation curve and mass model for M31. The new rotation velocities from the Effelsberg and GBT 100 m observations are for $R > 21$ kpc.

Млечный Путь



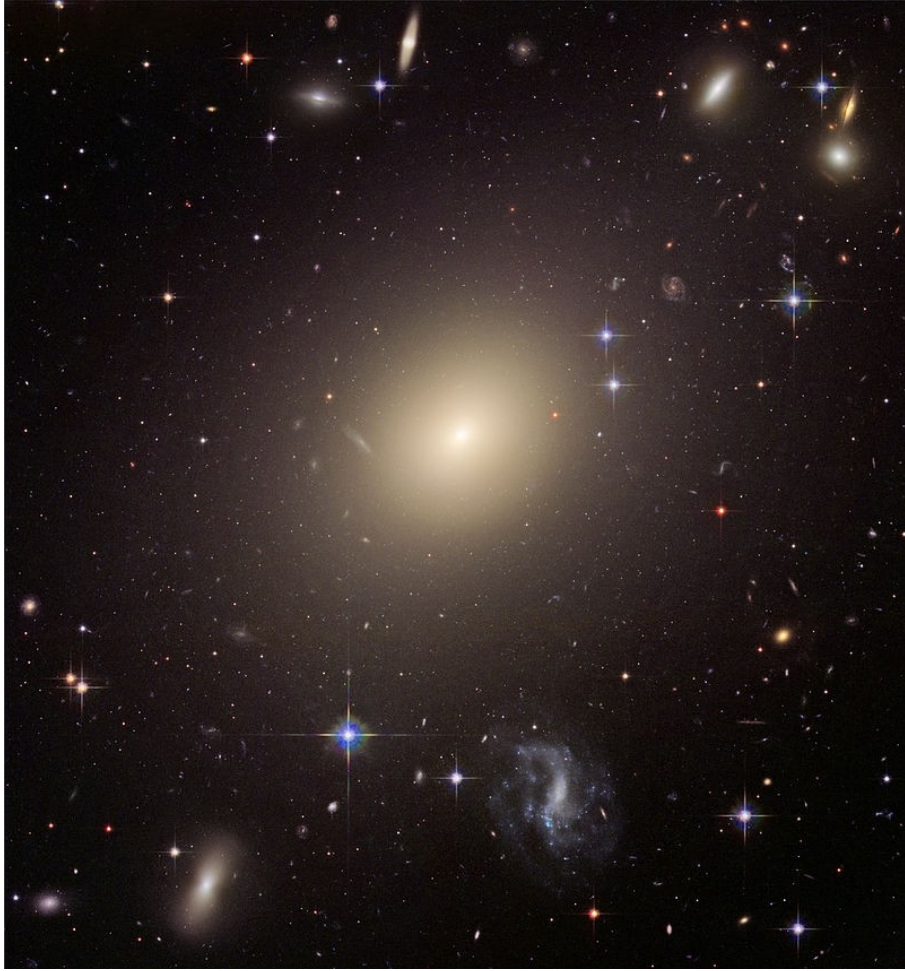
3. Сильное гравитационное линзирование скоплениями галактик

Дает результаты, согласующиеся с измерением скоростей в скоплениях галактик.



Скопления галактик Abell 1689. Снимок космического телескопа Хаббл (HST). Галактики самого скопления изображены жёлтым цветом. Галактики на заднем фоне (синие и красные) изогнуты в длинные дуги.

4. Удержание горячего газа эллиптическими галактиками



Эллиптическая галактика ESO 325-G004
Гравитационного поля одних только звезд и газа недостаточно для удержания горячего газа эллиптической галактики.

5. Карликовые галактики низкой поверхностной яркости

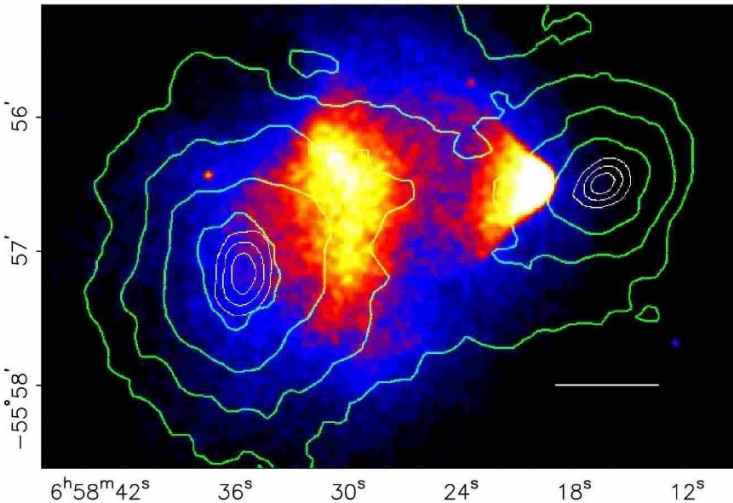
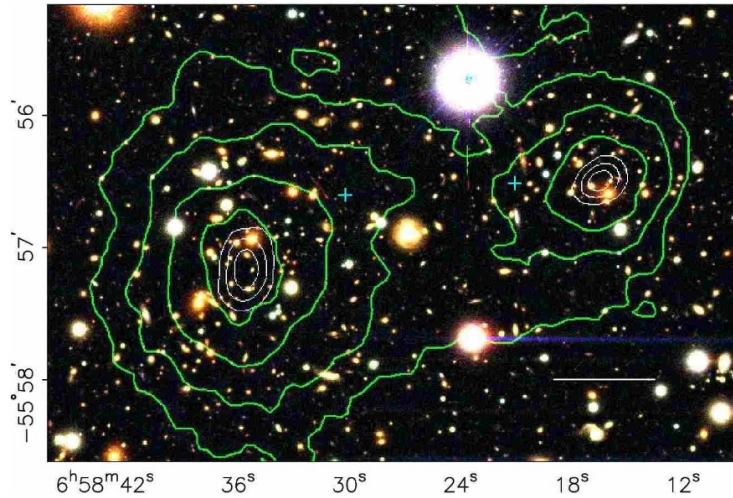
Состоят на $> 95\%$ из невидимого вещества.



Карликовая неправильная галактика в Стрельце.

Млечный путь имеет не менее 6 ultra-faint спутников с отношением долей массы темного вещества 99.9% (arXiv:0706.0516).

6. Сталкивающиеся кластеры галактик: распределение масс вещества отличается от распределения масс, определенного по гравитационному линзированию: модельно-независимое доказательство существования темной материи.



Распределение горячего газа, X-ray

Astrophys.J.648:L109-L113,2006 (astro-ph/0608407)

Что такое темная материя?

MOND (MOdified Newtonian Dynamics) и другие модифицированные теории гравитации.

Темная материя – не материя, а модификация закона тяготения при малых ускорениях/больших расстояниях.

Проблема: недостаточная универсальность.

- Центр тяготения всегда должен быть совмещен с центром масс барионной материи, что иногда не так (например, в парах взаимодействующих галактических кластеров).
- Отношение гравитирующей материи к барионной материи должно быть постоянным, что не так.

Темная материя – «материя»

- Небарионная. Крупные объекты давали бы интенсивное микролинзирование, мелкие объекты – интенсивное поглощение и рассеяние света.
- Электрически нейтральная. Заряженная темная материя интенсивно излучала бы или поглощала э.м. излучение. Коллапсировала бы в крупные объекты.
- Если это частицы, то взаимодействуют только слабо и гравитационно – WIMPy (Weakly Interacting Massive Particles) в широком смысле. Или даже только гравитационно.

Холодная, теплая и горячая ТМ

- *Холодная темная материя.* Выход из термодинамического равновесия при температуре $T_f < M_X$. Имеет место для $M_X \gtrsim 30 \text{ КэВ}$. WIMPy (Weakly Interacting Massive Particles) в узком смысле.
- *Теплая темная материя.* Массы между $\sim 1 \text{ эВ}$ и 30 КэВ . Частицы не являются релятивистскими на момент перехода от РД к ДМ стадии ($T_{eq} \sim 1 \text{ эВ}$), но являются релятивистскими на момент замораживания.
- *Горячая темная материя.* $M_X < 1 \text{ эВ}$. Частицы УР на момент перехода от РД к ДМ стадии.

Основные кандидаты

- Нейтралино – легчайшая SUSY частица, смесь суперпартнёров Z-бозона, фотона и бозона Хиггса.
 $M_X \sim n \times GeV$
- Снейтрино – легчайший суперпартнер нейтрино.
 $M_X \sim n \times GeV$
- Гравитино – суперпартнер гравитона (\Rightarrow гравитация – калибровочная теория по группе Пуанкаре \Rightarrow теория Эйнштейна-Картана).
 $M_X \sim n \times GeV$
- Аксионоподобные частицы (аксион – решает проблему возможного сильного нарушения CP-инвариантности в хромодинамике).
 $M_X \sim n \times keV$
- Всякая экзотика. Топологические солитоны, зеркальная материя, микро/мини-дыры. . . $M_X = ?$

Ограничение по массе для частиц теплой темной материи

В диапазоне температур $T_f > T > M_X$ частицы уже свободны, но еще релятивистские.

Это приводит к сглаживанию начальных неоднородностей ТМ («перемешивание») \Rightarrow амплитуды возмущений на малых масштабах малы.

Перемешивание прекращается при $T \sim M_X$. Размер горизонта на этот момент определяет размер областей сейчас, где возмущения подавлены.

Т.к. для теплой ТМ перемешивание кончается на РД стадии \Rightarrow

$$l_{Hor} \sim \frac{1}{H} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \sim \frac{M_{Pl}^*}{M_X^2} \quad (7.38)$$

Этот размер сейчас:

$$l_{Hor,0} = l_{Hor}(1+z) = l_{Hor} \frac{T}{T_0} \sim \frac{M_{Pl}^*}{M_X T_0} \quad (7.39)$$

Электроны уже нерелятивистские:

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} = 3.36 \Rightarrow \quad (7.40)$$

$$M_{pl}^* = \frac{M_{Pl}}{1.66\sqrt{g_*}} = 4 \cdot 10^{18} \text{ ГэВ}. \quad (7.41)$$

$$M_X \sim 1 \text{ эВ} \Rightarrow l_{Hor,0} \sim 100 \text{ Мпк} \quad (7.42)$$

– слишком много.

$$M_X \sim 1 \text{ кэВ} \Rightarrow l_{Hor,0} \sim 0.1 \text{ Мпк} \quad (7.43)$$

– разумно, т.к. приводит к структурам типа карликовых галактик \Rightarrow

$$M_X \gtrsim 1 \text{ кэВ} \quad (7.44)$$

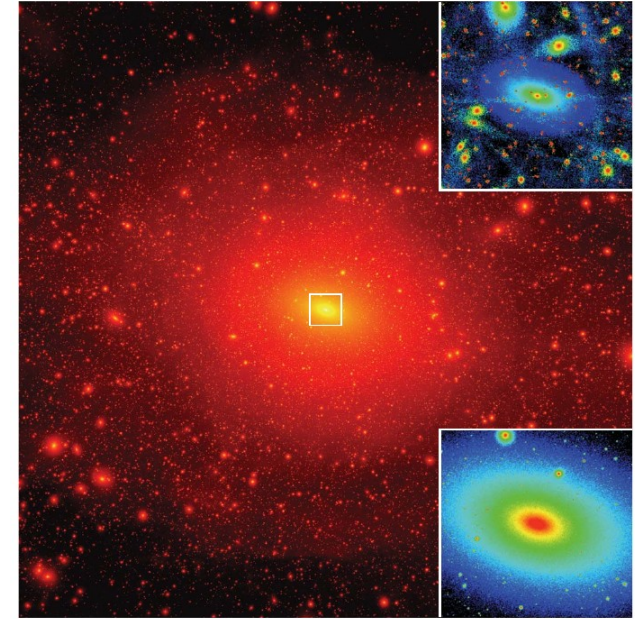
Теплая темная материя $1 \text{ кэВ} < M_X < 30 \text{ кэВ}$ не исключена!

Но предпочтительной считается холодная темная материя $M_X > 30 \text{ кэВ}$

Ограничение сверху на массу «частиц»:

$M_X \lesssim 10^3 M_\odot$ – по разрушению звездных скоплений.

Проблема каспов холодной темной материи



Темная материя должна концентрироваться в компактных сгущениях с «сингулярностями» в центре (cusps, каспы), но никаких признаков каспов в Галактике не обнаружено.

Закалка числа частиц холодной темной материи

Предположения:

- X стабильны
- Находятся в равновесии до температур $T < M_X$
- $n_X - n_{\bar{X}} = 0$

При $T < M_X$, в равновесии

$$n_X = n_{\bar{X}} = g_X \left(\frac{M_X T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-M_X/T} \quad (7.45)$$

Уменьшение числа частиц ТМ в сопутствующем объеме возможно только за счет аннигиляции:
 $X + \bar{X} \rightarrow$ легкие частицы.

После окончания аннигиляции количество частиц в сопутствующем объеме постоянно (с точностью до возможного распада X). $T_f = ?$

Время пробега до аннигиляции

$$\tau = \frac{1}{n_X} \frac{1}{\langle \sigma_{ann} v \rangle} \quad (7.46)$$

Условие замораживания числа частиц X :

$$\tau(T_f) = \frac{1}{n_X(T_f)} \frac{1}{\langle \sigma_{ann}(T_f) v(T_f) \rangle} = \frac{1}{H(T_f)} \quad (7.47)$$

Аннигиляция в s -волне (закон Бете):

$$\sigma_{ann}(v) = \frac{\sigma_0}{v}; \quad \sigma_0 = \text{const} \Rightarrow \langle \sigma_{ann} v \rangle = \sigma_0 \Rightarrow \quad (7.48)$$

$$\frac{1}{n_X} \frac{1}{\sigma_0} = \frac{1}{H(T_f)} = \left(\frac{T_f^2}{M_{pl}^*} \right)^{-1} \quad (\text{РД стадия!}) \quad (7.49)$$

Подставляем (7.45) в (7.49):

$$\frac{1}{\sigma_0} \frac{1}{g_X} \left(\frac{2\pi}{M_X T_f} \right)^{3/2} e^{M_X/T_f} = \frac{M_{Pl}^*}{T_f^2} \Rightarrow \quad (7.50)$$

$$\frac{M_X}{T_f} = \ln \left[\frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \cdot \left(\frac{M_X}{T_f} \right)^{1/2} \right] \quad (7.51)$$

Уравнение типа

$$x = \ln(Ax^\alpha) \quad (7.52)$$

$A = ?$

Область взаимодействия $a^2 \sim \sigma_0$

$$a \sim \lambda_C(M_X) = \frac{1}{M_X} \Rightarrow \Rightarrow \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \sim \frac{M_{Pl}^*}{M_X} \gtrsim 10^{13}; \quad \ln(A) \gtrsim 30 \quad (7.53)$$

Решаем (7.52) методом итераций, $\alpha = 1/2$:

$$x_0 = 1 \quad (7.54)$$

$$x_1 = \ln(A) \quad (7.55)$$

$$x_2 = \ln(A) + 0.5 \ln(\ln(A)) \quad (7.56)$$

$0.5 \ln(\ln(A)) \sim 1.5 \Rightarrow$ можно ограничиться приближением x_1 («решение в логарифмическом порядке») \Rightarrow

$$\frac{M_X}{T_f} \approx \ln \left[\frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \right] \Rightarrow \quad (7.57)$$

$$T_f = \frac{M_X}{\ln \left[\frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \right]} \quad (7.58)$$

$$T_f = \frac{M_X}{\ln \left[\frac{g_X}{(2\pi)^{3/2} \sigma_0 M_X M_{Pl}^*} \right]} \quad (7.59)$$

Знаменатель $\gtrsim 30 \Rightarrow T_f \ll M_X \Rightarrow$ ТМ действительно холодная.

По формуле (7.59), подбирая подходящий вес g_* :

M_X	T_f	t_f
1 ГэВ	0.048 ГэВ	$1 \cdot 10^{-4}$ сек
100 ГэВ	3.9 ГэВ	$1.6 \cdot 10^{-8}$ сек
10 ТэВ	330 ГэВ	$2.2 \cdot 10^{-12}$ сек